نام و نام خانوادگی:

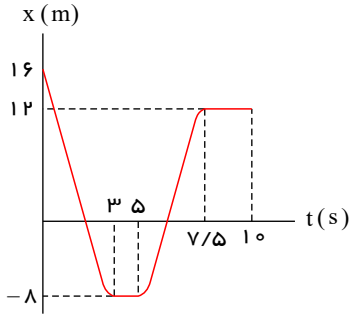
نام آزمون: آزمون ۶ حرکت ریاضی دانش

عادل قادرپناه

۱ اندازهٔ سرعت متوسط نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری با طول ۲۰ سانتی‌متر در مدت ۴۰ ثانیه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

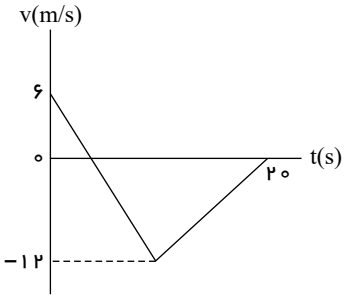
۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۲ نمودار مکان – زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان آن در خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟



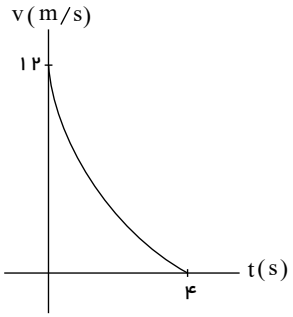
۱) صفر
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۵

۳ شکل زیر، نمودار سرعت – زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. تندی متوسط متحرک در مدتی که در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟



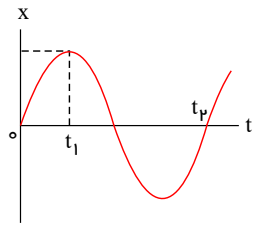
۱) صفر
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۹

۴ شکل مقابل نمودار سرعت – زمان یک متحرک را در حرکت روی خط راست نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد سرعت متوسط (v_{av}) و شتاب متوسط (a_{av}) در چهار ثانیه اول واحد درست است؟



۱) $v_{av} = ۶\ ,\ a_{av} = ۳$
۲) $v_{av} < ۶\ ,\ a_{av} = ۳$
۳) $v_{av} = ۶\ ,\ a_{av} = -۳$
۴) $v_{av} < ۶\ ,\ a_{av} = -۳$

۵ نمودار مکان – زمان حرکت متحرکی مطابق شکل مقابل است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد حرکت این متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ درست است؟

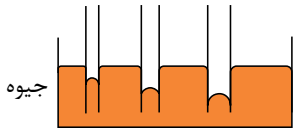


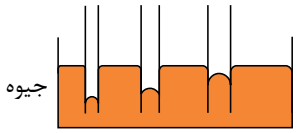
۱) تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است.
۲) بردار سرعت متوسط این متحرک در جهت محور x ها است.
۳) بردار شتاب متوسط این متحرک در جهت محور x ها است.
۴) در لحظه‌ای که متحرک متوقف می‌شود شتاب آن برابر با صفر است.

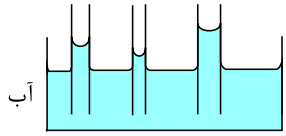
۶ معادلهٔ سرعت - زمان متحرکی در SI به‌صورت $v = -۶t + ۱۸$ است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟

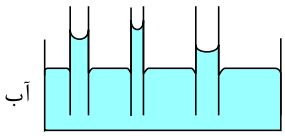
۱) ۶ ۲) ۷٫۵ ۳) ۸ ۴) ۱۱٫۵

۷ کدام‌یک از شکل‌های زیر، خاصیت مویینگی در لوله‌های شیشه‌ای را درست نشان داده است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۸ یک قطره از مایع A را روی ظرف مسطح B می‌ریزیم. اگر نیروی چسبندگی سطحی بین A و B بیشتر از نیروی چسبندگی مولکول‌های A باشد، مایع A ..... .

۱) ظرف B را تر نمی‌کند.
۲) دیگر از ظرف B جدا نمی‌شود.
۳) به‌صورت گلوله در ظرف B باقی می‌ماند.
۴) به‌صورت لایه‌ی نازکی در ظرف B پخش می‌شود.

۹ مکعب مستطیلی به ابعاد $۲cm \times ۴cm \times ۱۰cm$ روی یک سطح افقی قرار دارد. بیشترین فشاری که جسم به سطح تماس وارد می‌کند، چند برابر کمترین فشاری است که به سطح تماس وارد می‌کند؟

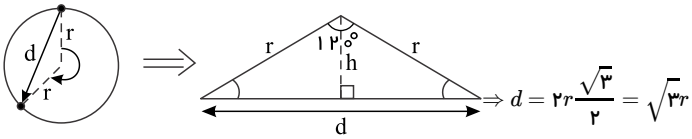
۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۲٫۵

۱۰ مکعبی که طول هر ضلع آن $۱۰cm$ است، از ماده‌ای با چگالی $۸\frac{g}{cm^۳}$ ساخته شده است. اگر فشاری که مکعب از طریق قاعدهٔ خود به سطحِ افق وارد می‌کند به اندازهٔ $۷۸۰۰(Pa)$ باشد، حجم حفره‌ای که در درون مکعب می‌باشد، چند واحد (SI) است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) $۲٫۵ \times ۱۰^{-۴}$ ۲) ۴×۱۰^{-۴} ۳) $۲٫۵ \times ۱۰^{-۵}$ ۴) ۴×۱۰^{-۵}

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴ عقربهٔ ثانیه‌شمار در مدت ۴۰ ثانیه، $\frac{۲}{۳}$ دور (۲۴۰ درجه) می‌چرخد. با توجه به شکل، جابه‌جایی نوک عقربه ثانیه‌شمار برابر وتر دایره‌ایی است که زاویه مرکزی کمان آن ۱۲۰° است.

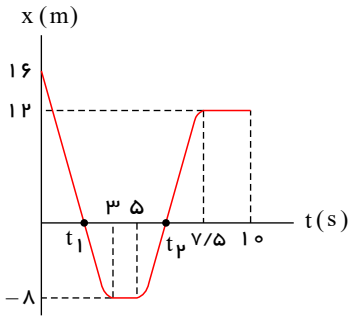


$$\Rightarrow d = ۲r\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}r$$

$$d = ۲r\sin(\frac{۱۲۰}{۲})$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{۳}r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{۳}\times ۲۰cm}{۴۰s} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}cm/s$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ بردار مکان در بازه‌ای که نمودار زیر محور زمان قرار دارد منفی است. بنابراین ابتدا باید زمان‌های $t_۱$ و $t_۲$ را به روش درون‌یابی ریاضی محاسبه کنیم



$$\xrightarrow[\text{شیب خط ثابت است}]{\text{در بازهٔ ۰ تا } ۳s} \text{شیب}_{۰\text{ تا }۳s} = \text{شیب}_{۰\text{ تا }t_۱} \rightarrow \frac{-۸-(۱۶)}{۳-۰} = \frac{۰-۱۶}{t_۱-۰} \rightarrow t_۱ = ۲s$$

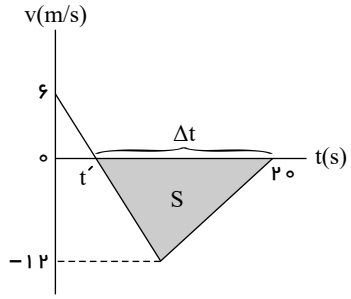
$$\xrightarrow[\text{شیب خط ثابت است}]{\text{در بازهٔ ۵s تا ۷٫۵s}} \text{شیب}_{۵s\text{ تا }۷٫۵s} = \text{شیب}_{۵s\text{ تا }t'} \rightarrow \frac{۱۲-(-۸)}{۷٫۵-۵} = \frac{۰-(-۸)}{t_۲-۵} \rightarrow t_۲ = ۶s$$

حالا تندی متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ را بدست می‌آوریم:

$$\bar{s} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = |\Delta x_{۳s\text{ تا }۲s}| + |\Delta x_{۶s\text{ تا }۵s}|} \bar{s} = \frac{۸+۸}{۴} = ۴m/s$$

یادآوری: مسافت را باید با محاسبهٔ مجموع اندازه (قدرمطلق) جابجایی در جهت‌های مختلف بدست آورد.

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ هنگامی که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، $v > ۰$ است و وقتی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، $v < ۰$ است. پس در بازهٔ زمانی صفر تا t'، چون $v > ۰$ است متحرک در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t' تا $t = ۲۰s$ چون $v < ۰$ است متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



در بازهٔ زمانی t' تا $t = ۲۰s$:

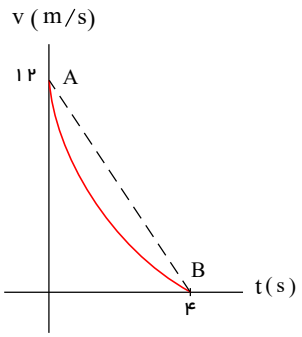
$$L = (S) = \frac{۱}{۲}(۱۲)(\Delta t)$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۶\Delta t}{\Delta t} = ۶\frac{m}{s}$$

توجه: نکته مهم این بود که نیازی به یافتن t' نبود. این سؤال در سال‌های اخیر مورد توجه طراحان بوده است.

۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{۱۲}{۴} = -۳m/s^۲$$



اگر یک خط راست بین دو نقطهٔ A و B رسم می‌کنیم مساحت زیر خط‌چین از مساحت زیر منحنی موردنظر بیشتر است، پس سرعت متوسط خط‌چین از سرعت منحنی موردنظر بیشتر است. ابتدا سرعت متوسط منحنی خط‌چین را به‌دست می‌آوریم.

v_{av} خط راست $= \frac{v + v_۰}{۲} = \frac{۱۲ + ۰}{۲} = ۶m/s \Rightarrow v_{\text{منحنی}} < ۶m/s$

۵ ۱ ۲ **۳** ۴ بررسی گزینه‌ها:

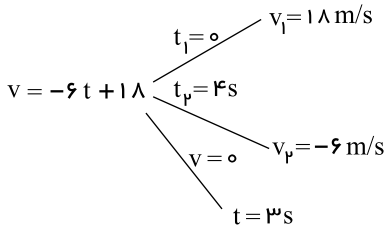
گزینهٔ «۱»: در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است بنابراین مسافت طی شده با اندازهٔ جابه‌جایی برابر نمی‌باشد، لذا تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر نمی‌باشد.

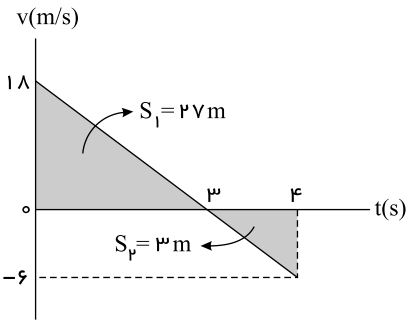
گزینهٔ «۲»: با توجه به این که جابه‌جایی متحرک در خلاف جهت محور x ها است ($x_{t=t_۲} < x_{t=t_۱}$)، بنابراین بردار سرعت متوسط متحرک در خلاف جهت محور xها است.

گزینهٔ «۳»: در لحظهٔ $t_۱$ شیب‌خط مماس بر نمودار برابر با صفر است بنابراین مطابق رابطهٔ شتاب متوسط $a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$، بردار شتاب متوسط بین دو لحظه $t_۱$ تا $t_۲$ هم‌جهت با بردار سرعت در لحظهٔ $t_۲$ است، بنابراین بردار شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی در جهت محور xها است.

گزینهٔ «۴»:در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ در لحظه‌ای که متحرک متوقف می‌شود سرعت آن صفر است، اما حرکت آن شتاب‌دار است. زیرا اگر شتاب‌دار نباشد، متحرک در حالت سکون باقی می‌ماند.

۶ ۱ **۲** ۳ ۴ با توجه به معادلهٔ سرعت - زمان داده‌شده، نمودار آن را رسم کرده و با تعیین سرعت در لحظه‌های داده‌شده، سطح محصور بین نمودار و محور زمان که برابر با مقدار مسافت طی‌شده است را یافته و درنهایت تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم.





$\ell = S_۱ + S_۲ = ۳۰m$

$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۳۰}{۴} \rightarrow S_{av} = ۷/۵\frac{m}{s}$

۷ ۱ **۲** ۳ ۴ به محل تماس لوله‌ها و سطح مایع درون ظرف هم توجه داشته باشیم!

۸ ۱ ۲ ۳ **۴** برای مثال اگر یک قطره آب را بر روی یک ظرف شیشه‌ای تمیز و خشک بچکانیم، مشاهده می‌کنیم که قطره روی سطح پهن می‌شود و شیشه را تر می‌کند. علت این موضوع این است که بزرگی نیروهای چسبندگی سطحی بین مولکول‌های آب و شیشه بیشتر از بزرگی نیروهای چسبندگی بین مولکول‌های آب موجود در قطره است و قطره بر روی سطح شیشه پهن می‌شود.

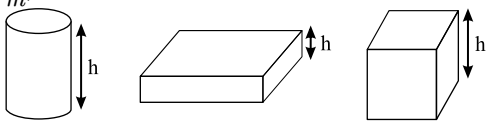
۹ ۱ ۲ **۳** ۴ روش اول: این مکعب مستطیل را، در هر وجهی بر روی سطح افقی قرار دهیم، وزن آن تغییر نمی‌کند، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P_{\max} = \frac{mg}{A_{\min}} \\ P_{\min} = \frac{mg}{A_{\max}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{A_{\max}}{A_{\min}} = \frac{۴ \times ۱۰}{۲ \times ۴} = ۵$$

روش دوم:

نکته: برای جسم‌های جامد منشوری شکل مانند شکل‌های زیر می‌توان فشار وارد بر سطح تماس را از رابطهٔ $P=\rho gh$ نیز محاسبه کرد، که در این رابطه ρ برحسب $\frac{kg}{m^3}$ و h برحسب m است.

$P=\rho gh$



$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\rho gh_{max}}{\rho gh_{min}}=\frac{۱۰}{۲}=۵$$

۱۰ ۱ ۲ **۳** ۴ قدم اول: ابتدا جرم مکعب را می‌یابیم. اگر مکعب توپر باشد:

$$\begin{cases} V=(۱۰cm)^۳=۱۰۰۰cm^۳ \\ \rho=۸\frac{g}{cm^۳} \end{cases} \Rightarrow m=\rho V=۸\frac{g}{cm^۳}\times ۱۰۰۰cm^۳ \Rightarrow m=۸۰۰۰g=۸kg \rightarrow m=۸kg \quad (۱)$$

قدم دوم: جرمی که مکعب در حال حاضر دارد، m' است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} P=\frac{m'g}{A}=\frac{m'\times ۱۰}{۱۰^{-۲}}=۷۸۰۰Pa \\ A=۱۰cm\times ۱۰cm=۱۰۰cm^۲=۱۰^{-۲}m^۲ \end{cases} \rightarrow m'=۷٫۸kg \quad (۲)$$

قدم سوم: از مقایسهٔ m و m' درمی‌یابیم که این مکعب حتماً دارای حفره بوده، چون $m'<m$ است.

قدم چهارم: حجم حفره همان حجم جرم ناپدید شده است:

$$\Delta m=m-m'=۸-۷٫۸=۰٫۲kg \rightarrow \Delta V=\frac{\Delta m}{\rho}=\frac{۰٫۲kg}{۸۰۰۰\frac{kg}{m^۳}}=۲٫۵\times ۱۰^{-۵}m^۳$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴	۴ ۱ ۲ ۳ ۴	۷ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴
۲ ۱ ۲ ۳ ۴	۵ ۱ ۲ ۳ ۴	۸ ۱ ۲ ۳ ۴	
۳ ۱ ۲ ۳ ۴	۶ ۱ ۲ ۳ ۴	۹ ۱ ۲ ۳ ۴	