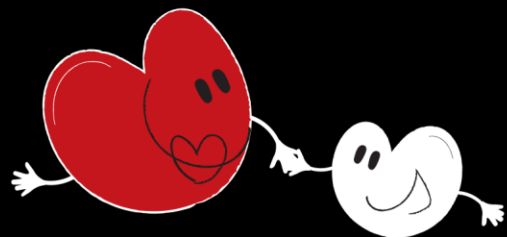


با  بیا تام لند

دوره سالانه کنکور ۱۴۰۴



**هنگامس**

مهندس مجید علایی نسب





## ◆ نسبت - تناسب - تالس - تشابه

◆ فرض کنید  $a, b \in \mathbb{R}$  و  $b \neq 0$  باشد کسر  $\frac{a}{b}$  را نسبت بین ۲ عدد  $a$  و  $b$  می‌گویند.

◆ تناسب رابطه‌ای است که تساوی ۲ نسبت را بیان می‌کند اگر نسبت‌های  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{c}{d}$  برابر باشند ( $b, d \neq 0$ ) در

این صورت تساوی  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  یک تناسب نام دارد در این تناسب  $a$  و  $d$  طرفین و  $b$  و  $c$  وسطین نام دارند.



در مثلث: بزرگترین ارتفاع بر کوچکترین ضلع  
 و کوچکترین ارتفاع بر بزرگترین ضلع وارد می شود.

نسبت - تناسب - تالس - تشابه

گزاره های زیر مثال هایی از تناسب در هندسه اند.

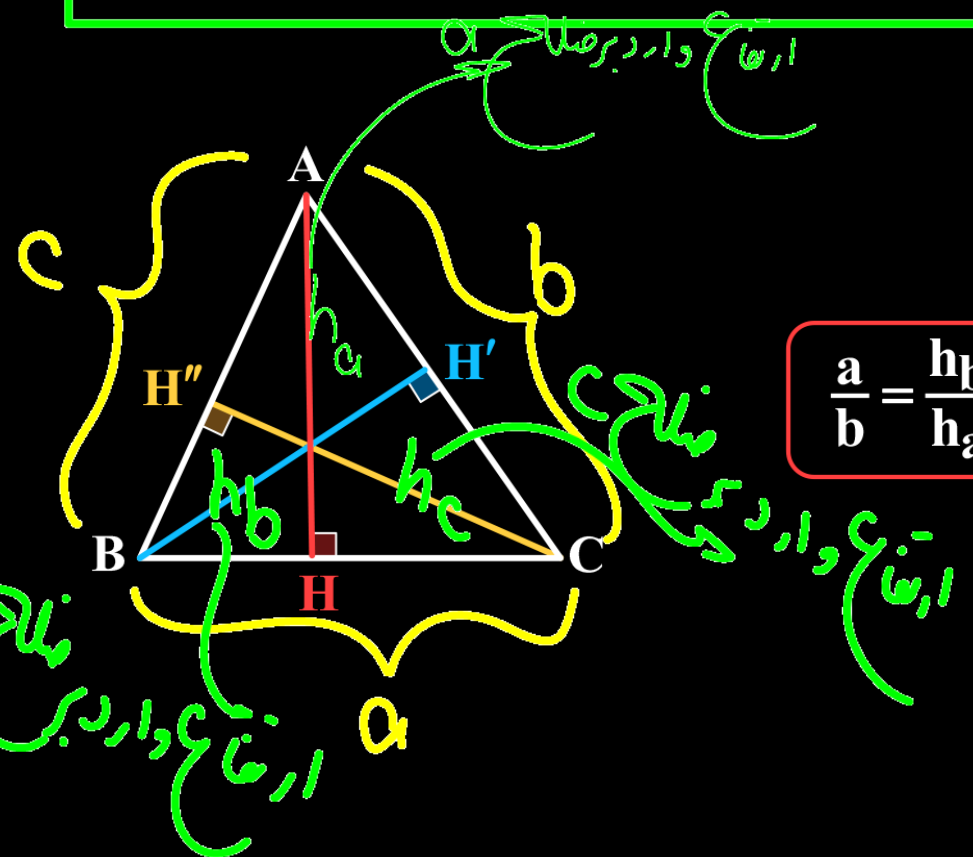
۱ در هر مثلث هر نسبتی که بین ۲ ضلع وجود داشته باشد عکس آن نسبت بین ارتفاع های وارد بر آن

۲ ضلع وجود دارد:

$$a = 3b \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{1} \rightarrow \frac{h_a}{h_b} = \frac{1}{3}$$

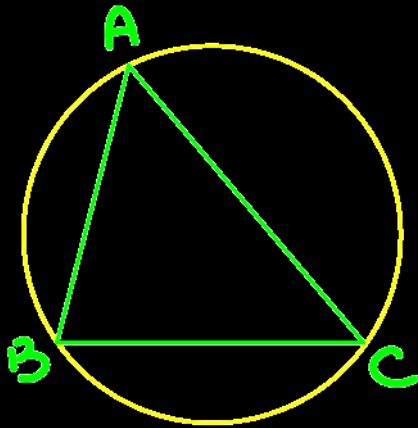
$$\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}, \quad \frac{a}{c} = \frac{h_c}{h_a}, \quad \frac{b}{c} = \frac{h_c}{h_b}$$

\* ارتفاع متوجه بر ضلع  
 متوجه وارد می شود.



ارتفاع وارد بر ضلع a

ارتفاع وارد بر ضلع b



## نسبت - تناسب - تالس - تشابه

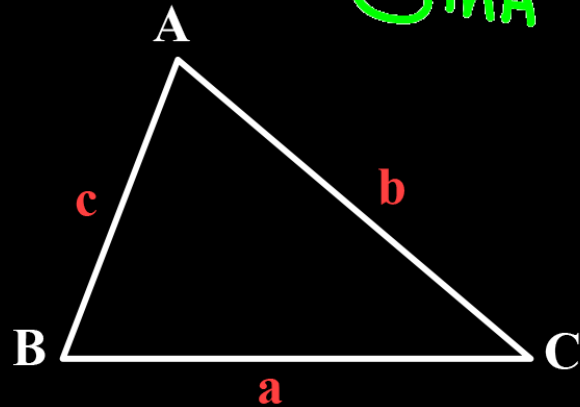
گزاره‌های زیر مثال‌هایی از تناسب در هندسه‌اند.

۲ در هر مثلث، اندازه‌ی هر ضلع به سینوس زاویه‌ی روبه‌روی آن متناسب است با اندازه‌ی

ضلع دیگر مثلث به اندازه‌ی سینوس زاویه‌ی مقابل به آن ضلع:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

قمر دایره‌ی معنی مثلث

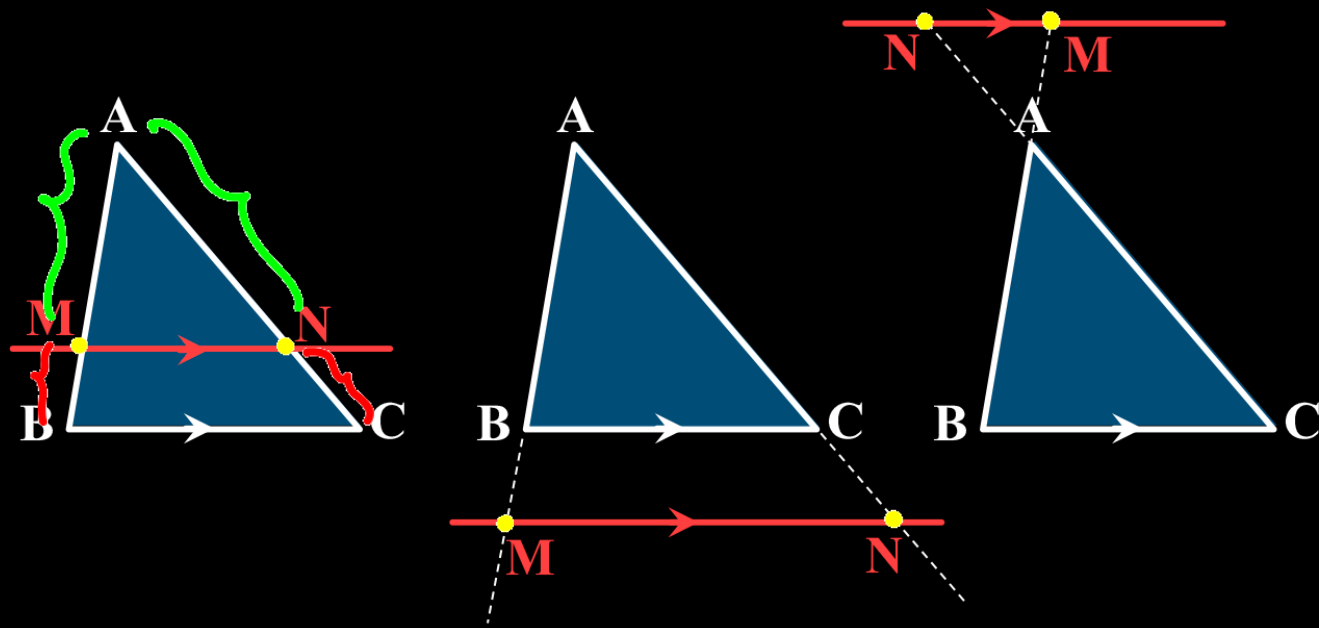


$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \quad , \quad \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \quad , \quad \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$



### ادامه مثال‌هایی از تناسب

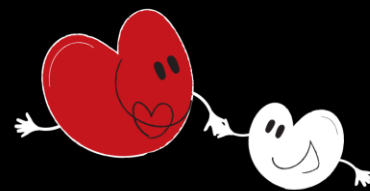
۳ هرگاه خطی موازی یک ضلع مثلثی رسم شود بر ۲ ضلع دیگر یا امتداد آن‌ها، پاره‌خط‌های متناظری پدید می‌آورد که نسبت پاره‌خط‌های روی یک ضلع متناظراً با نسبت پاره‌خط‌های روی ضلع دیگر برابر است:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$



$$\frac{2}{7} = \frac{x}{y} \rightarrow \frac{2+7}{7} = \frac{x+y}{y}$$



$$\frac{2}{7+2} = \frac{x}{y+x}$$

$$\frac{2-7}{7} = \frac{x-y}{y}$$

$$\frac{2}{7-2} = \frac{x}{y-x}$$

خواص تناسب

$$ad = bc$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

مربعین در متن  
تغییر جای مربعین  
مربعین  
محوس آوردن نسبت ها

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

ترتیب صحیح در صورت

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n} = k$$

$$\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

ترتیب صورت در مخرج

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

تفصیل مخرج در صورت

$$\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$$

تفصیل صورت در مخرج

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

ترتیب در صورت و تفصیل در مخرج

نتیجه



تست ۱ از تساوی  $\frac{4}{y+4} = \frac{x+1}{y+x+1} = \frac{y^2}{y^2-x+5}$  مقدار  $y-2x$  کدام است؟  $(x, y \in \mathbb{N})$

تفصیل صورت در مخرج

$$\frac{4}{y} = \frac{x+1}{y} = \frac{y^2}{-x+5}$$

$$\rightarrow x+1=4 \Rightarrow x=3$$

$$\Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{y^2}{2} \Rightarrow y^3 = 8 = 2^3$$

$$y=2$$

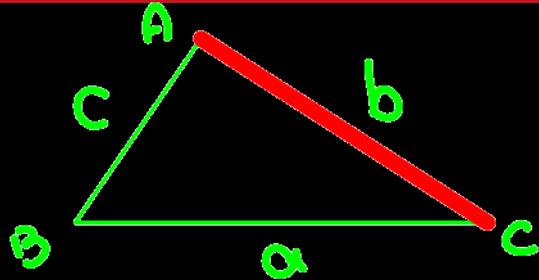
$$y-2x = 2-6 = -4$$

$$-2 \quad 2$$

$$4 \quad 4$$

$$-4 \quad 17$$

$$2 \quad 3$$



تست ۲ در مثلث ABC اگر  $a^2 \sin^2 \hat{B} + b^2 \cos^2 \hat{A} = 16$  باشد اندازه‌ی ضلع AC چقدر است؟

برین دین

$$\frac{a^2}{\sin^2 \hat{A}} = \frac{b^2}{\sin^2 \hat{B}}$$

$$a^2 \sin^2 \hat{B} = b^2 \sin^2 \hat{A}$$

$4\sqrt{2}$  ۲

۱۶ ۱

$2\sqrt{2}$  ۴

۴ ۳ ✓

$$b^2 \sin^2 \hat{A} + b^2 \cos^2 \hat{A} = 16$$

$$b^2 (\sin^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{A}) = 16 \implies b^2 = 16 \implies b = 4$$





$$\frac{x}{y} = \frac{m}{n} \rightarrow \frac{2x}{2y} = \frac{m}{n}$$



تست ۳ در مثلث ABC اگر  $a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C} = 5a^2 + 5b^2 + 5c^2$  در این صورت مساحت دایره‌ی

$$\pi R^2 = ?$$

محیطی مثلث ABC چقدر است؟

$$\frac{\pi}{50} \quad \text{۲}$$

$$\frac{\pi}{25} \quad \text{۱}$$

$$\frac{\pi}{100} \quad \text{۴}$$

$$\frac{\pi}{10} \quad \text{۳}$$

$$\frac{a \cdot a}{a \sin \hat{A}} = \frac{b \cdot b}{b \sin \hat{B}} = \frac{c \cdot c}{c \sin \hat{C}} = 2R$$

تجمع کنیم

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C}} = 2R$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{5(a^2 + b^2 + c^2)} = 2R$$

$$= \frac{1}{5} = 2R \rightarrow R = \frac{1}{10}$$

$$S = \pi R^2 = \pi \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{\pi}{100}$$

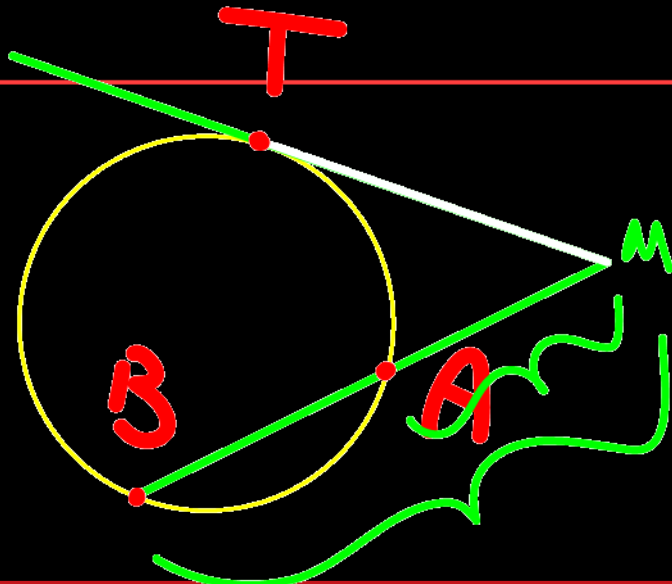


## ◀ واسطه هندسی

◀ فرض کنید  $a, b, c$  اعداد حقیقی و مثبت بوده و تناسب  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$  یا  $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$  بین آن‌ها برقرار باشد با توجه به

خواص تناسب نتیجه می‌گیریم  $b^2 = ac$  در این صورت  $b$  را واسطه هندسی بین  $a, c$  می‌گویند.

$$a=2, c=8 \quad \xrightarrow{b^2=ac} \quad b^2=2 \times 8=16 \quad \rightarrow \quad b=4$$

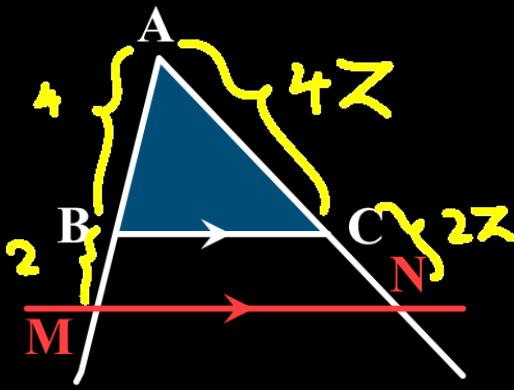
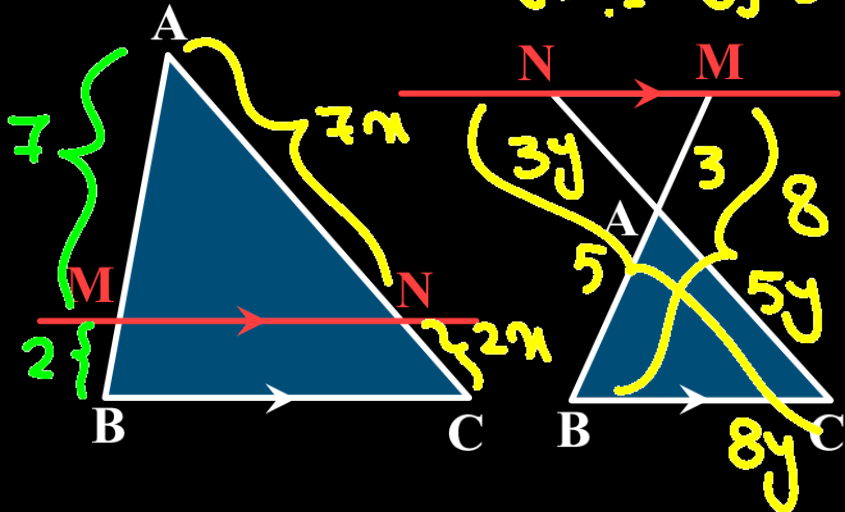


$$\frac{MT}{MA} = \frac{MB}{MT} \Rightarrow MT^2 = MA \cdot MB$$



تبدیل شکل مثلث به مربع  
 در هر مثلث خطی عمود به دو ضلع  
 دو ضلع دگر مثلث با امتداد آنها پاره خطها را متساوی ایجاد می کند

**قضیه تالس در مثلث**



$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

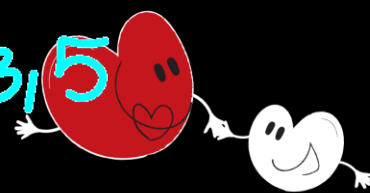
$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

ضرب در مخرج  
 $\frac{AM}{MB+AM} = \frac{AN}{NC+AN} \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

ضرب در صورت  
 $\frac{AM+MB}{MB} = \frac{AN+NC}{NC} \Rightarrow \frac{AB}{MB} = \frac{AC}{NC}$

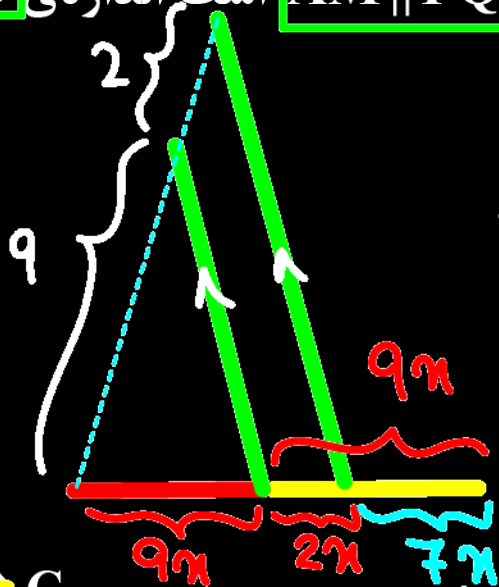
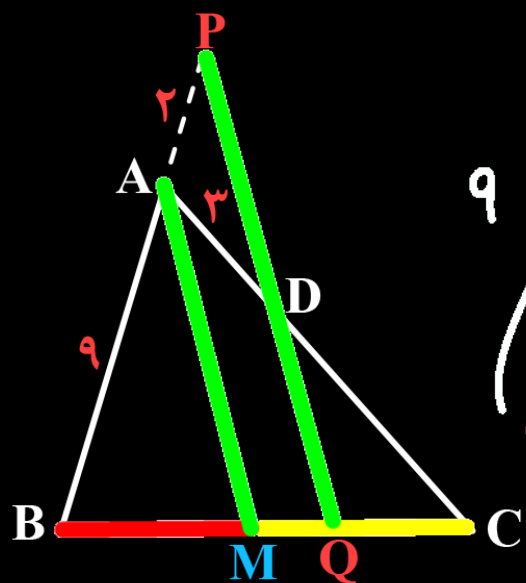


$$AC = 9y = 9\left(\frac{3}{2}\right) = 13,5$$

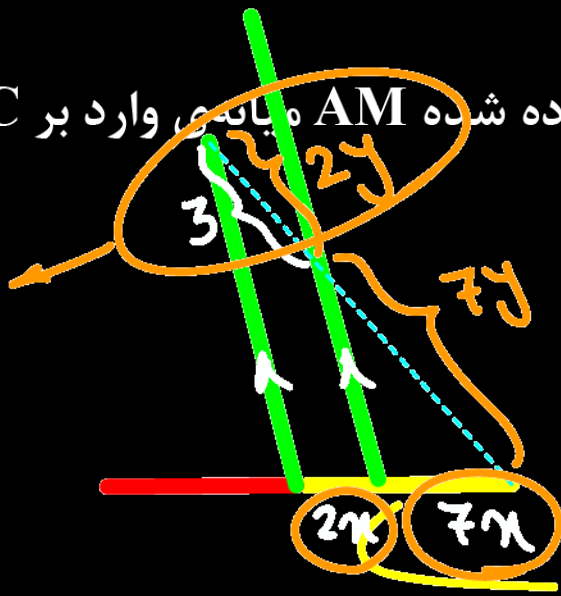


در شکل داده شده  $AM \parallel PQ$  و  $BC$  بر  $AM$  وارد می‌شود.  $AC$  چقدر است؟

تست ۴



$$y = \frac{3}{2}$$



۱ ۱۶/۵

۲ ۱۸/۵

۳ ۱۴/۵

۴ ۱۳/۵

پیشنهاد دیگر: ۲ بهره خط موازی:

۱. به زاویه بزرگی نیاز داشتی: میری سرعت قسمتی خط موازی و خط مورب
۲. به طول بهره خط نیاز داشتی: میری سرعت بخش یا نتایج بخش
۳. به مساحت نیاز داشتی: میری سرعت بخش یا قسمتی شبه پروانه



# نویس برسم سراغ تالس جزیه کل

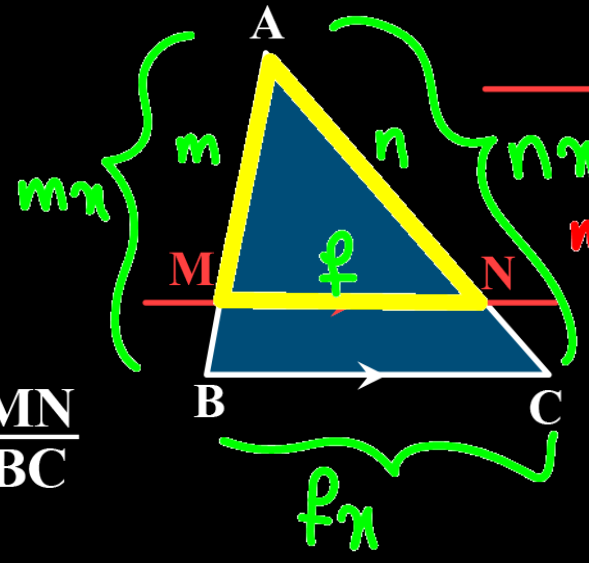
ار ار از از هی پاره خطها کی حوا از جز فرض با حکم برسد  
 بشود ای رسم سراغ تالس جزیه کل

چند نتیجه‌ی مهم از قضیه‌ی تالس

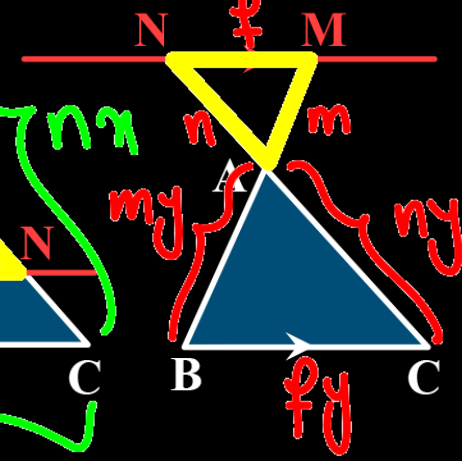
①  $MN \parallel BC \rightarrow \begin{cases} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \\ \frac{AB}{MB} = \frac{AC}{NC} \end{cases}$

②  $MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

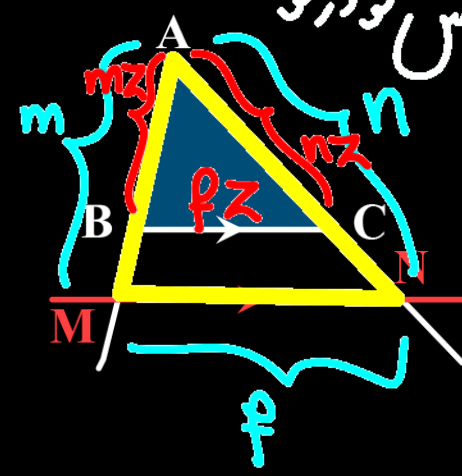
تالس تو در تو



تالس پروانه

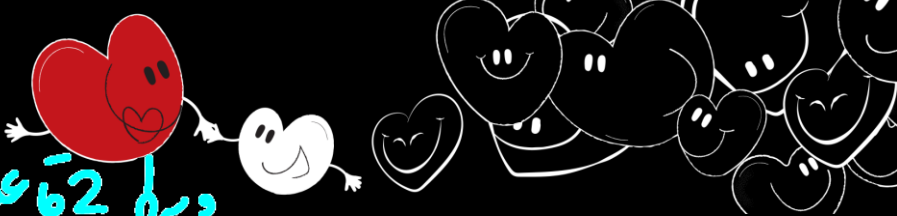
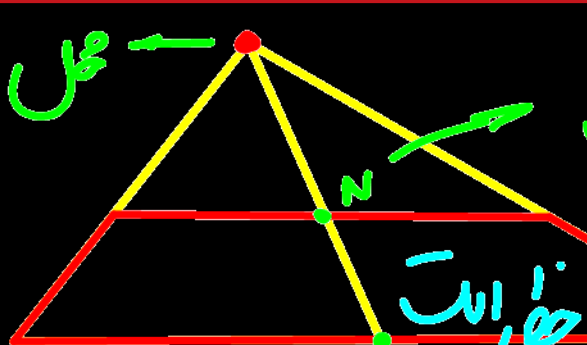


تالس تو در تو



خطی که به موازات یک ضلع مثلثی رسم می‌شود با ۲ ضلع دیگر یا امتدادهای آن‌ها مثلثی پدید می‌آورد که اضلاع دو مثلث نظیر به نظیر متناسب‌اند.

در هر دو زنگ: در سطح قائم‌الزاویه واصل  
 در سطح قائم‌الزاویه واصل  
 محل تلاقی اضداد 2 مساوی  
 دوزنم



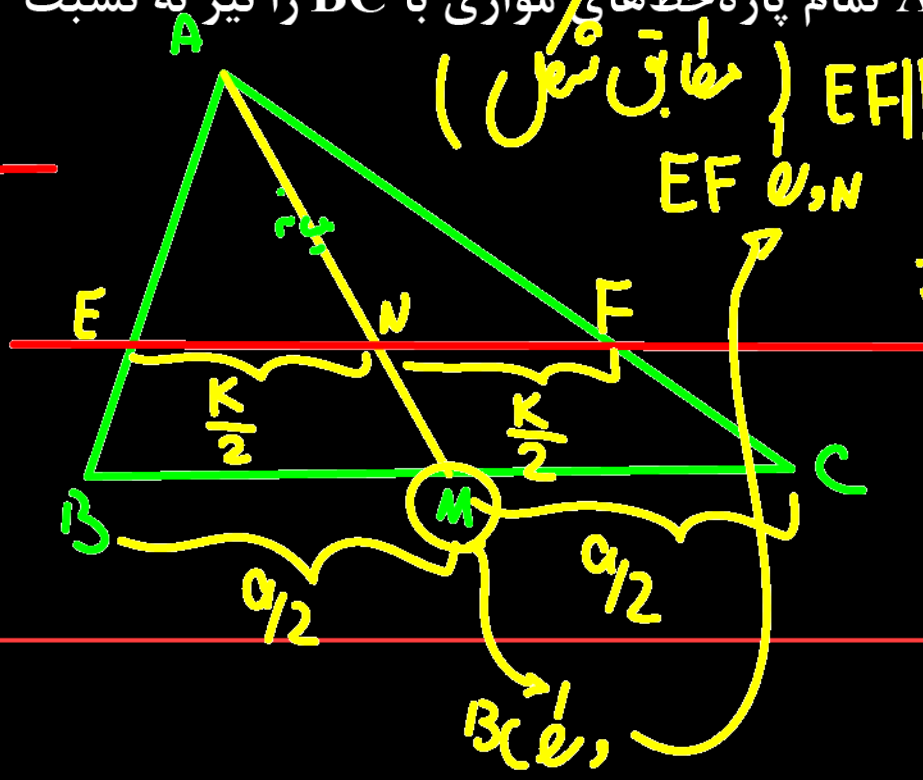
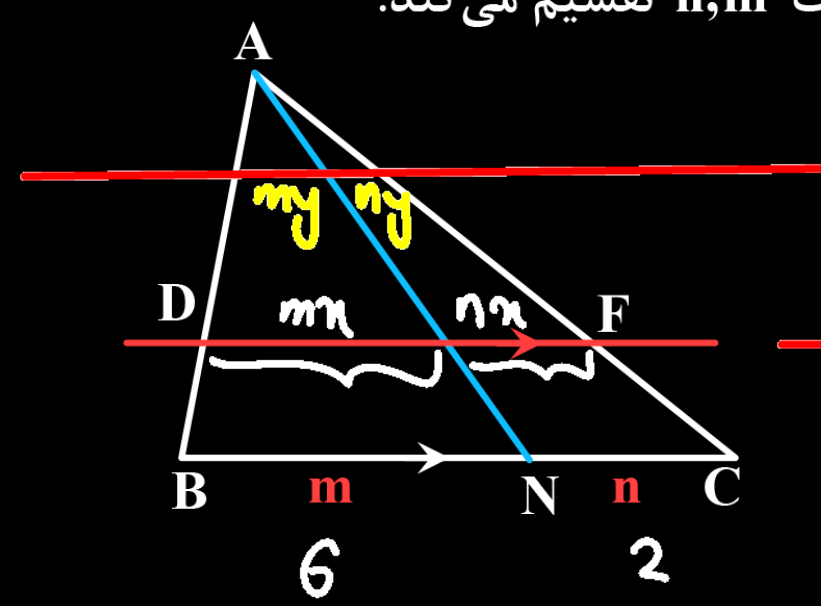
ادامه نتیجه‌ی مهم از قضیه‌ی تالس

مساوی‌الاضلاع  
 مساوی‌الاضلاع  
 مساوی‌الاضلاع

محل تلاقی 2 قطر و دو خط موازی

۳ در مثلث ABC اگر پاره‌خط واصل از نقطه‌ی A به نقطه‌ی N روی ضلع BC آن ضلع را به نسبت

n, m تقسیم کند آن گاه تمام پاره‌خط‌های موازی با BC را نیز به نسبت n, m تقسیم می‌کند.



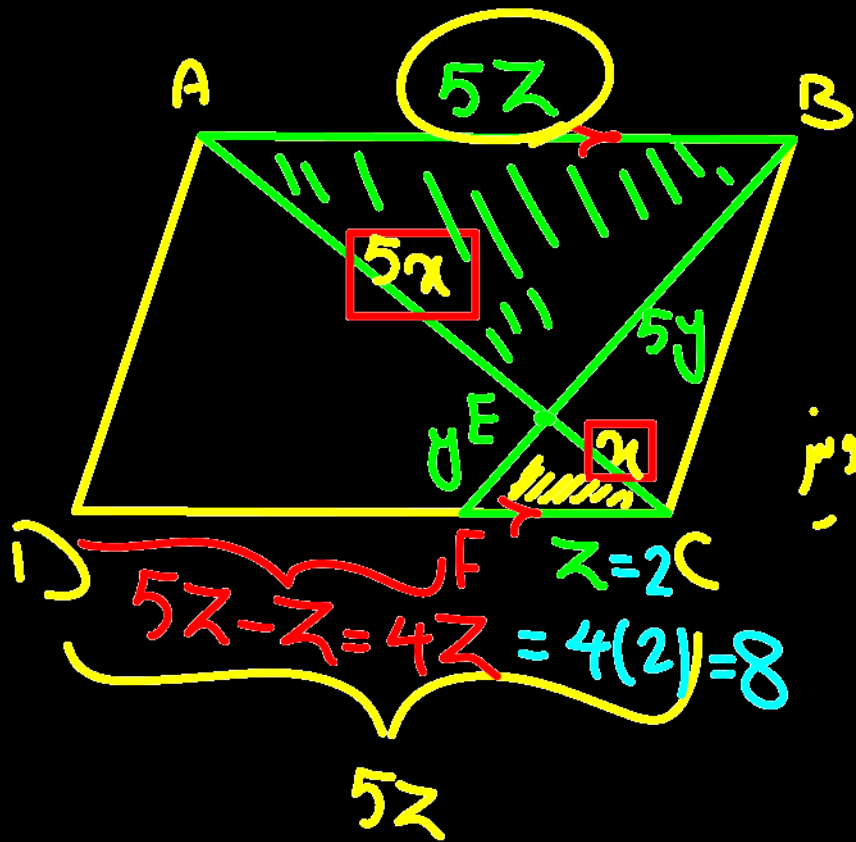
$EF \parallel BC, \Delta ABC \sim \Delta AEF$   
 مطابق شکل  
 $EF \parallel BC$   
 الفاه AN میان  $\Delta AEF$  و  $\Delta ABC$

$a/2$   
 $a/2$   
 $BC \parallel EF$



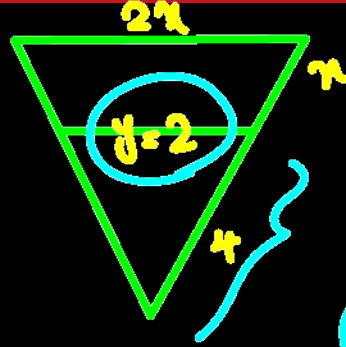
تست ۵ در متوازی الاضلاع ABCD نقطه F روی CD قرار دارد و BF قطر AC را در نقطه E چنان قطع

می کند که  $\frac{CE}{AE} = \frac{1}{5}$  اگر  $CF = 2$  باشد اندازه DF چقدر است؟



مواز مساوی

اصلا  $CF = 2$   $AE = 5CE$  ۱۰ ۱  
 ۱۲ ۲  
 ۸ ۴  
 ۶ ۳  
 ملاحظه کنی مواز است  
 ملاحظه کنی | متوازی ۲ ضلع دیگر را قطع می کند  
 موازی ۲ ضلع دیگر را قطع می کند موازی است



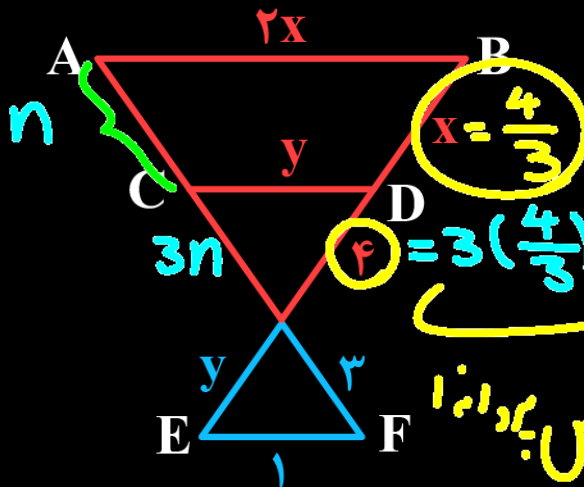
جزء کل :  $\frac{2}{2n} = \frac{4}{n+4}$  : تالس تودرتو

$$4n = n + 4 \rightarrow n = \frac{4}{3}$$

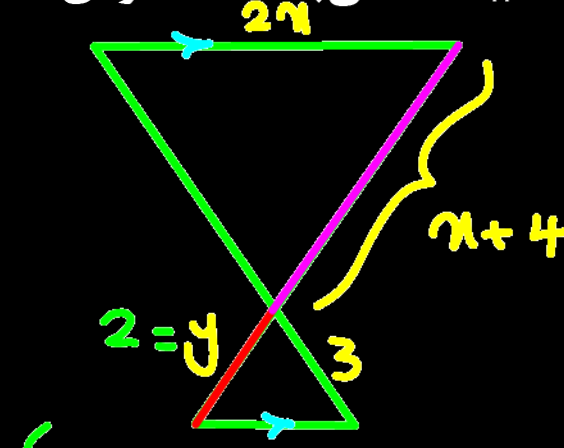
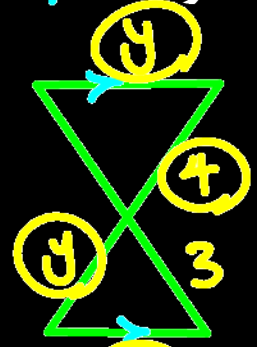


در شکل زیر  $AB \parallel CD \parallel EF$  می باشند اندازه ی AC چقدر است؟ (منور)

تست ۶



$x = \frac{4}{3}$   
 $y = 3 \left( \frac{4}{3} \right)$



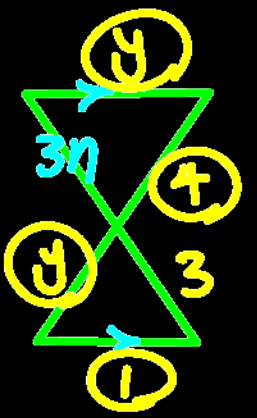
- $\frac{4}{3}$  (2)
- 3 (4)

- $\frac{4}{3}$  (1)
- 2 (3) ✓

تالس بردانه ۱ :  $\frac{1}{y} = \frac{4}{3}$   
 $\Rightarrow y^2 = 4 \rightarrow y = 2$

تالس بردانه ۱ :  $\frac{1}{2n} = \frac{y=2}{n+4} \rightarrow 4n = n + 4 \rightarrow n = \frac{4}{3}$

$\frac{1}{y} = \frac{3}{3n} \rightarrow \frac{1}{2=y} = \frac{1}{n} \rightarrow n = 2$



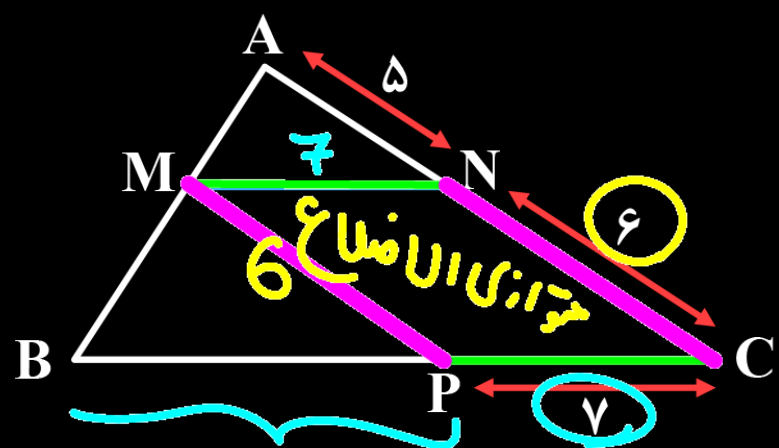




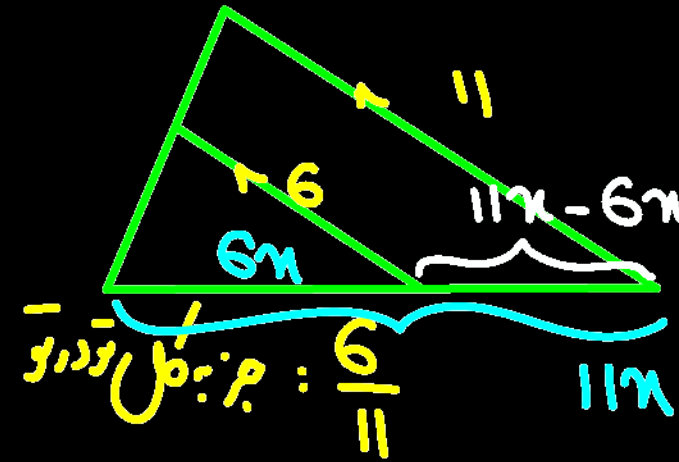
# روش جز به جز دیدن



تست ۷ در شکل روبه‌رو  $MN \parallel BC$  و  $MP \parallel AC$  است، اگر  $NC=6$  و  $AN=5$  و  $PC=7$  باشد،  $BP$  کدام است؟



موتاریا اا اضلاع 6



موتاریا اا اضلاع 6

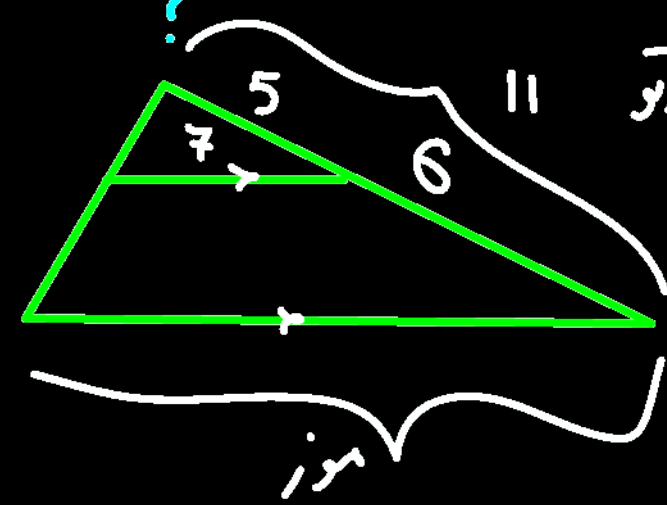
باشد،  $BP$  کدام است؟

$\frac{8}{4} = 2$   
 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$   
 $\frac{8}{2} = 4$

$11x - 6x = 5x = 7$   
 $x = \frac{7}{5} = \frac{14}{10} = 1,4$

$6x = 6(1,4) = 8,4$   
 $موز = \frac{77}{5} = \frac{154}{10} = 15,4$   
 $? = موز - 7 = 8,4$

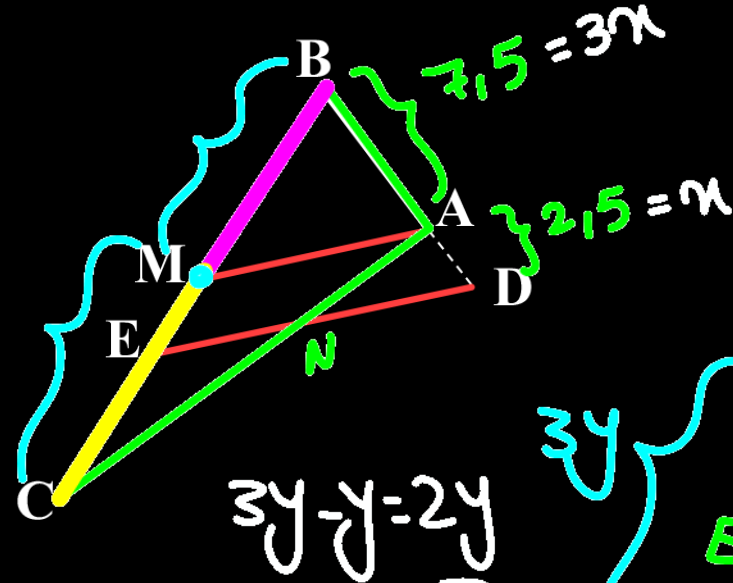


موتاریا اا اضلاع 6

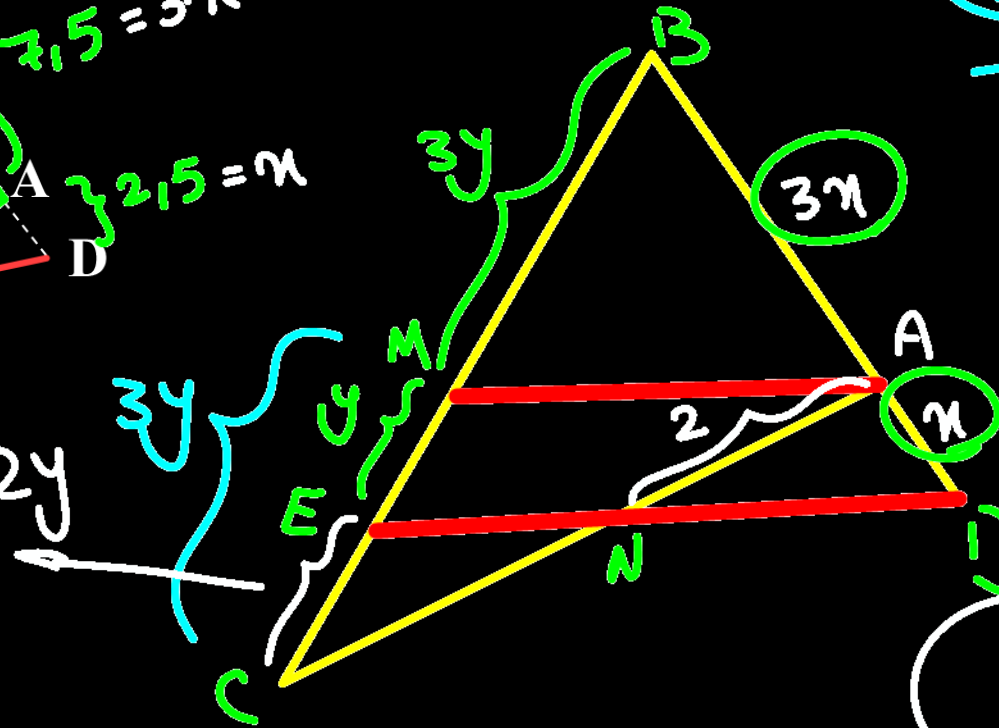
موتاریا اا اضلاع 6



تست ۸ در شکل روبه‌رو  $AM$  میانه‌ی  $\triangle ABC$  است و  $AM \parallel DE$  و  $AD = \frac{2}{5}$  و  $AN = 2$  و  $AB = \frac{7}{5}$  است،



$$3y - y = 2y$$

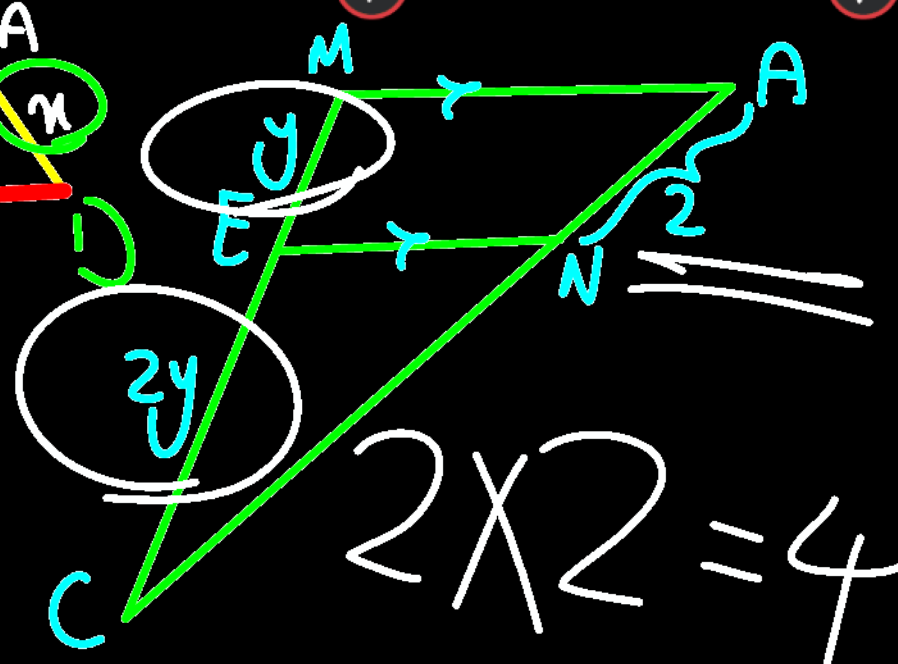


۵ ۲

۴

۳/۵ ۴

۶ ۳

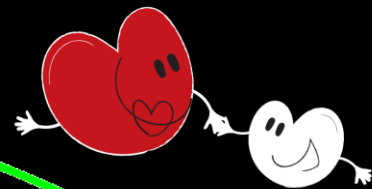


$$2 \times 2 = 4$$

اندازه‌ی  $NC$  کدام است؟



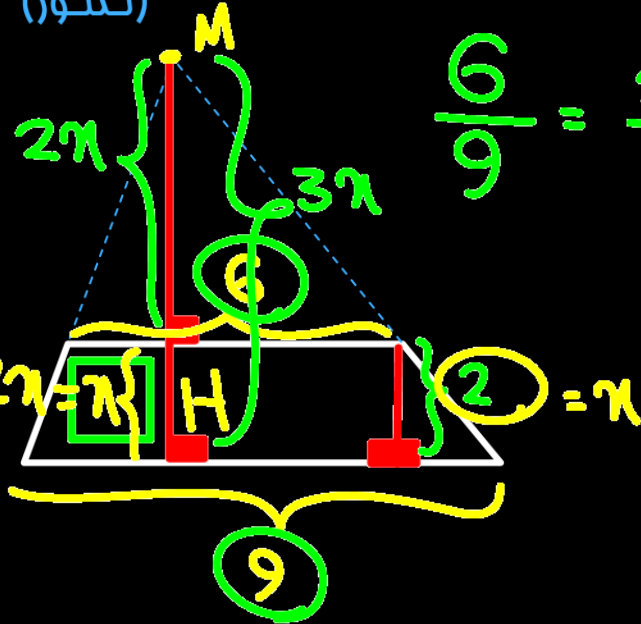
آلس تودرو



تست ۹ در ذوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۶ و ۹ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه M متقاطع‌اند.

فاصله M از قاعده بزرگ‌تر، چقدر است؟

(کنکور)



2 ملاحظه فرمایید. هر دو ارتفاع (قاعده‌ها) برابر است.  
 2 ملاحظه دیگر فرمایید. ارتفاعات متساوی است. هر دو ارتفاع (قاعده‌ها) برابر است.

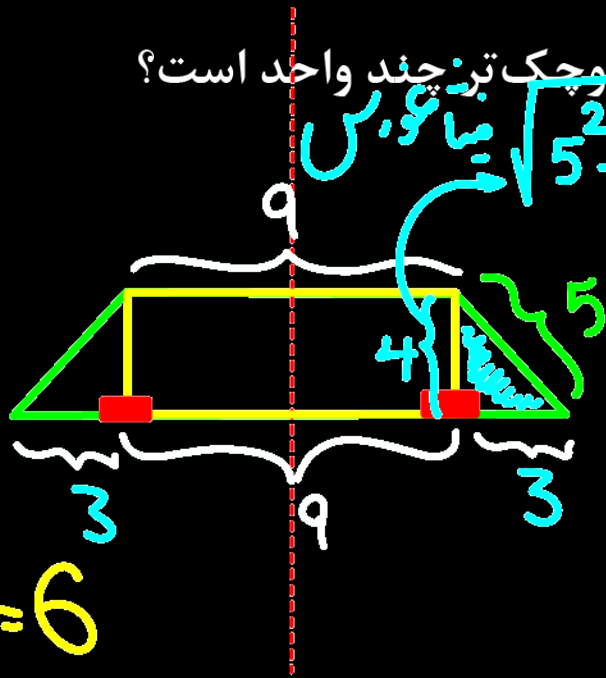
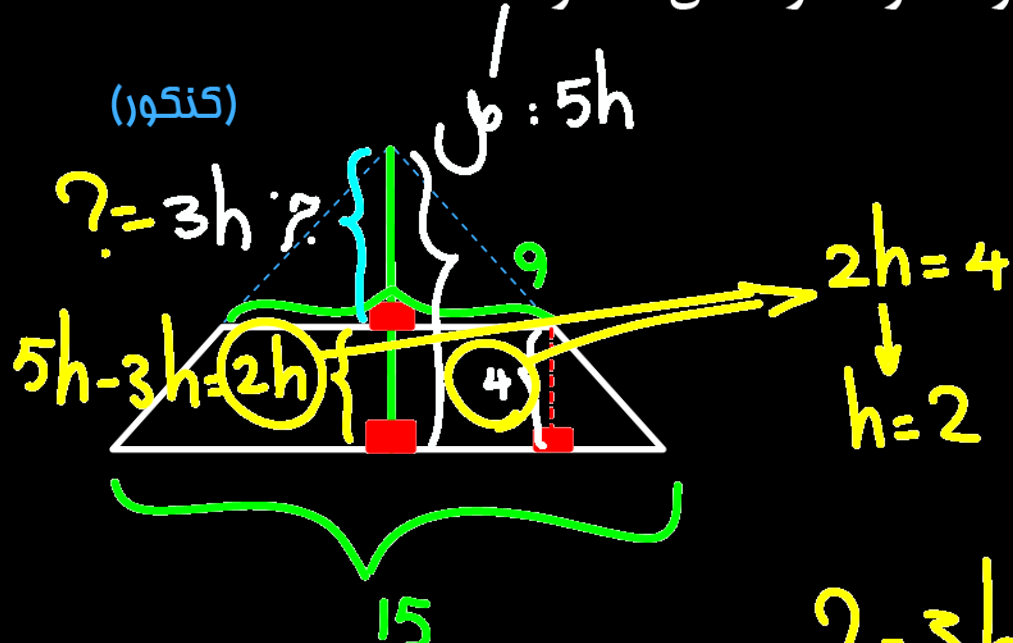
- ۵  ۱
- ۶  ۲
- ۷  ۳
- ۸  ۴



### تست ۱۰

در یک دوزنقه متساوی الساقین، طول قاعده‌ها ۱۵ و ۹ واحد و اندازه ساق‌ها ۵ واحد است. فاصله نقطه

تلاقی دو ساق این دوزنقه از قاعده کوچک تر چند واحد است؟



$3h = 6 = ?$

جزء اول  $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\sqrt{5^2 - 3^2}$

$\sqrt{25 - 9} = 4$

- ۱ ۵
- ۲ ۶
- ۳ ۷
- ۴ ۸

یادت باشه: عموماً وقتی کنار اسم مثلث یا متوازی الاضلاع یا دوزنقه

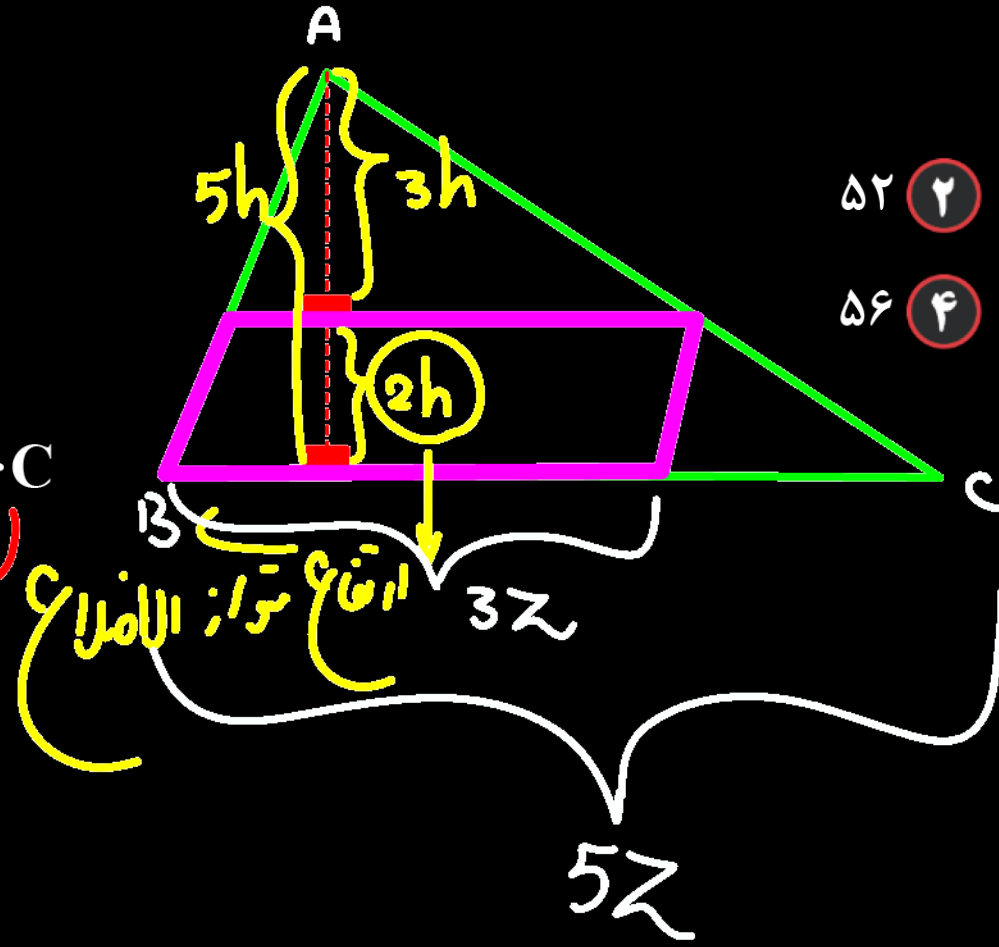
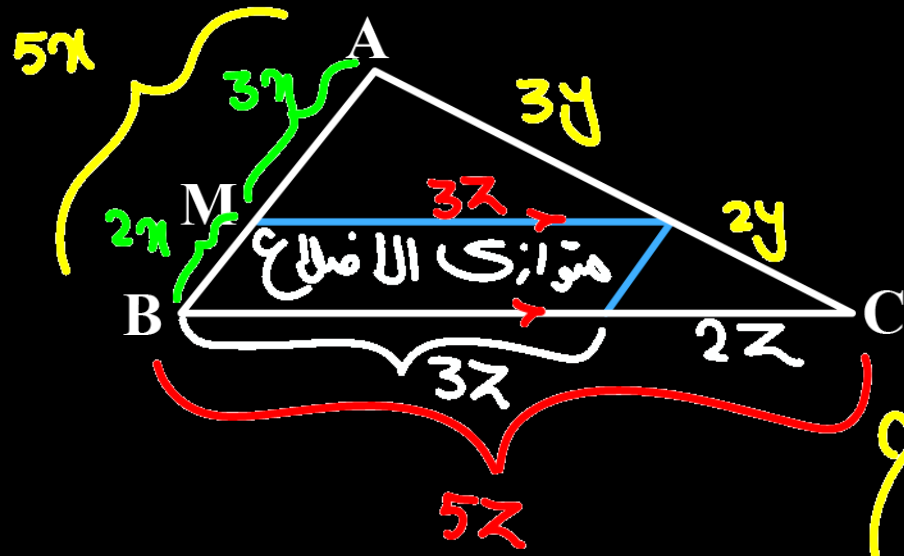


کلمه مساحت اومی بنی اسم ارتفاع بطور واضح می تونه

تست ۱۱ در شکل مقابل  $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$  می باشد. مساحت متوازی الاضلاع چند درصد مساحت

جزء کل:  $\frac{3}{5}$  (کنکور)

مثلث ABC است؟



- ۵۲  ۲
- ۵۶  ۴

- ۴۸  ۱
- ۵۴  ۳

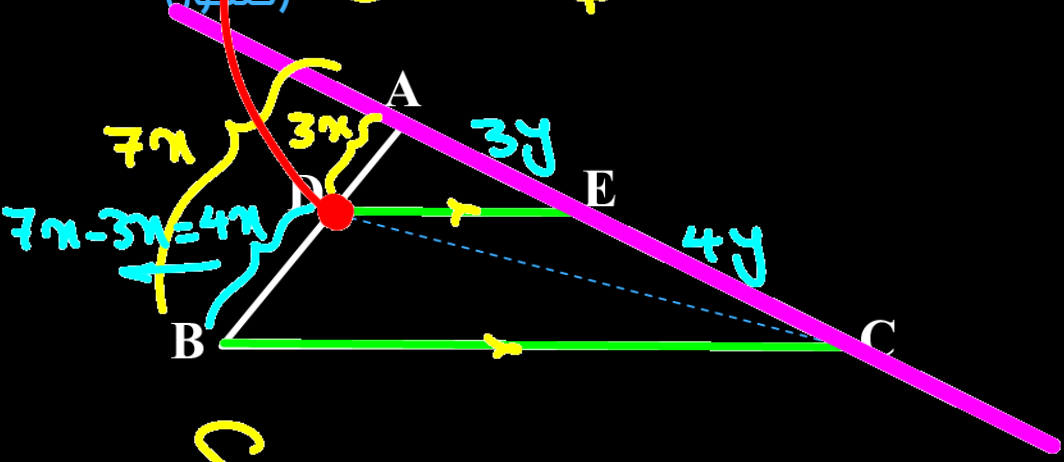
$$\frac{S_{\text{متوازی الاضلاع}}}{S_{ABC}} = \frac{3z \cdot 2h}{\frac{1}{2}(5x)(5h)} = \frac{12}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{48}{100}$$



ایسی مشترک

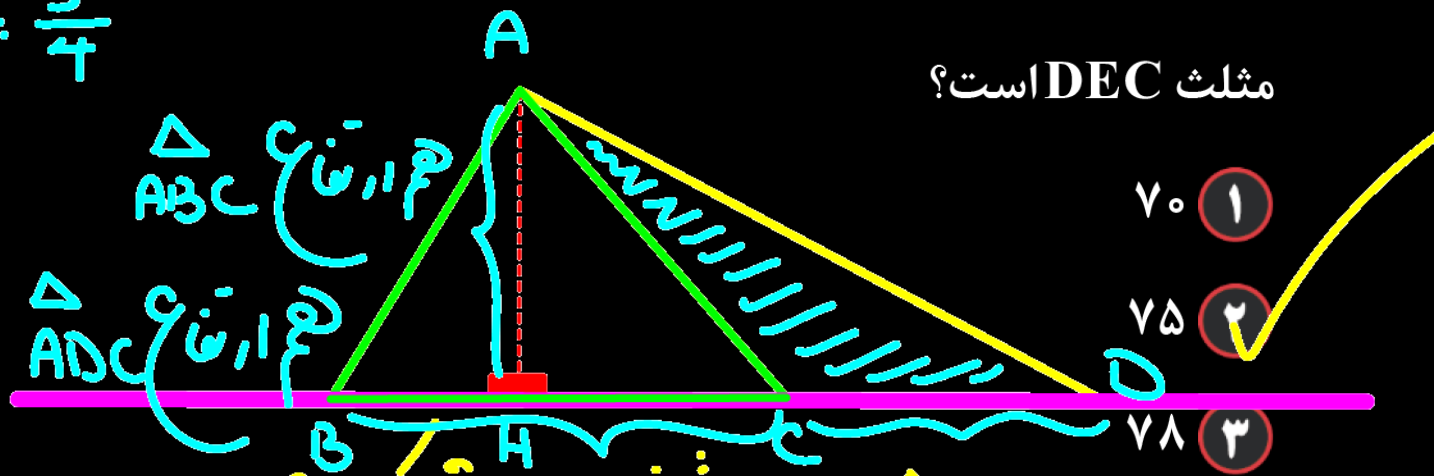
تست ۱۲ در شکل مقابل اگر  $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$  و  $DE \parallel BC$ ، آنگاه مساحت مثلث ADE چند درصد مساحت

$\frac{3}{4}$  : جزء جز  $\rightarrow \frac{3}{7}$  : جزء جز (کنند)



$$\frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{3y}{4y} = \frac{3}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{75}{100}$$

مثلث DEC است؟



۱ ۷۰

۲ ۷۵

۳ ۷۸

۴ ۸۴

۲ مثلث:  $\triangle ABC$ ،  $\triangle ADC$  (ایسی مشترک A)

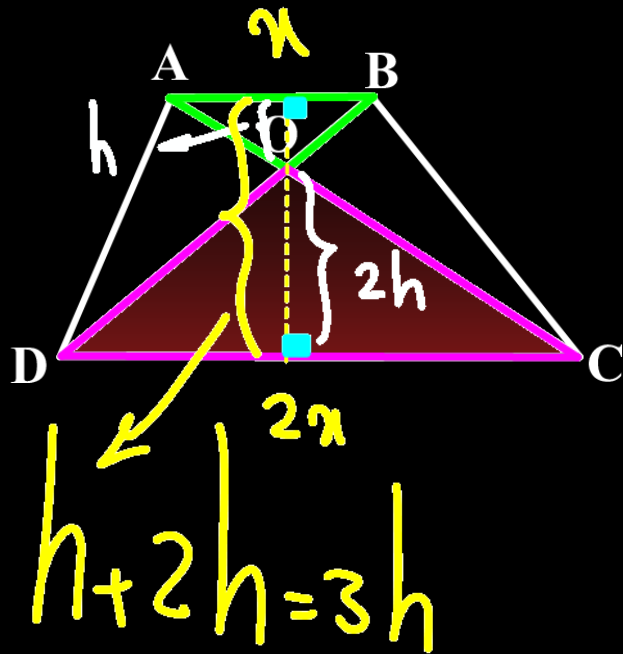
نسبت مساحتها:  $\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{\frac{1}{2} BC \cdot AH}{\frac{1}{2} DC \cdot AH} = \frac{BC}{DC}$   
 نسبت مساحتها  
 نسبت قاعده‌ها  
 و ارتفاع یک‌خط است



تست ۱۳ در شکل روبه‌رو ABCD دوزنقه است و قاعده‌ی بزرگ دو برابر قاعده‌ی کوچک است، آن گاه مساحت

(کنکور)

سایه زده شده چه کسری از مساحت دوزنقه است؟



$$\frac{S_{\text{ABED}}}{S_{\text{ABCD}}} = \frac{\frac{1}{2}(2x) \cdot (2h)}{\frac{1}{2}(x + 2x) \cdot (3h)} = \frac{4}{9}$$

۲

۴

۱

۳



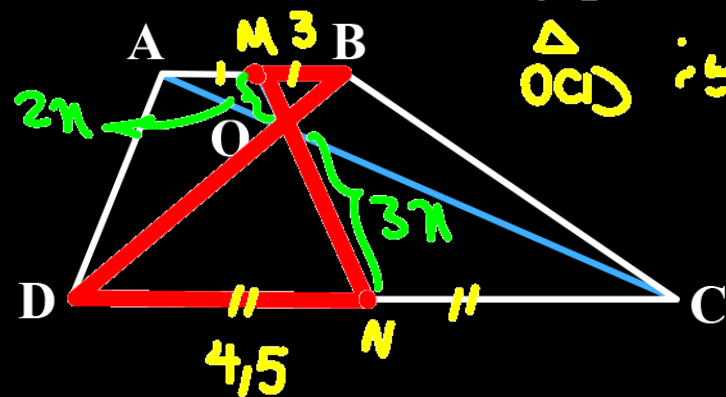
$$\frac{\frac{3}{9}}{\frac{2}{2}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$



تست ۱۴

اندازه‌های دو قاعده‌ی یک دوزنقه ۶ و ۹ واحد و طول پاره‌خطی که دو نقطه‌ی وسط قاعده‌ها را به هم وصل کند، برابر ۱۲ واحد است، فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو قطر این دوزنقه از وسط قاعده‌ی کوچک‌تر چه قدر است؟

(کنکور)



$\triangle OAB \sim \triangle OMC$   
 $\triangle ODC \sim \triangle ONA$

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$\frac{4}{3} \text{ (2)}$

$\frac{3}{6} \text{ (1)}$

$\frac{5}{4} \text{ (4)}$

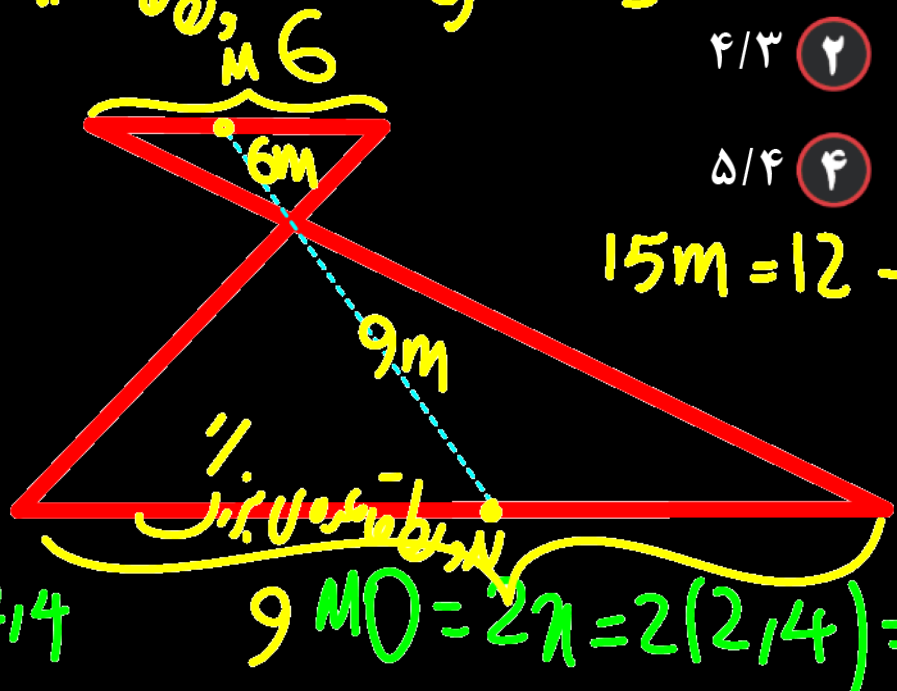
$\frac{4}{8} \text{ (3) ✓}$

$$15m = 12 \rightarrow m = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$6m = \frac{24}{5} = \frac{48}{10} = 4,8$$

$$2x + 3x = 5x = 12$$

$$x = \frac{12}{5} = \frac{24}{10} = 2,4$$

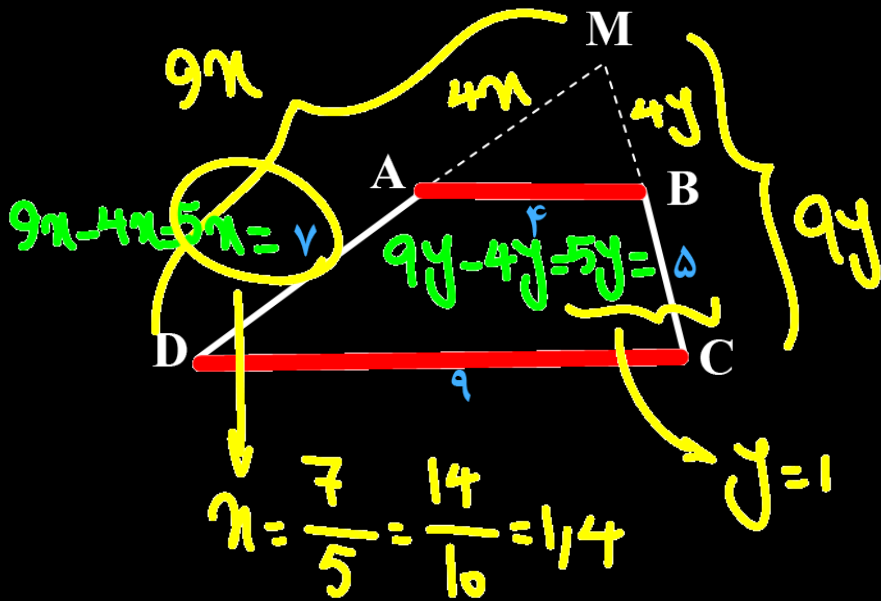


$$9MO = 2x = 2(2,4) = 4,8$$





اندازه اضلاع ذوزنقه ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟ **تست ۱۵**



جزء به کل :  $\frac{4}{9}$

$$2P_{(\triangle MAB)} = \frac{5}{6} + \frac{4}{6} + 4 = 13/6$$

۱۳/۶  ۲ ✓

۱۴/۸  ۴

۱۳/۲  ۱

۱۴/۴  ۳

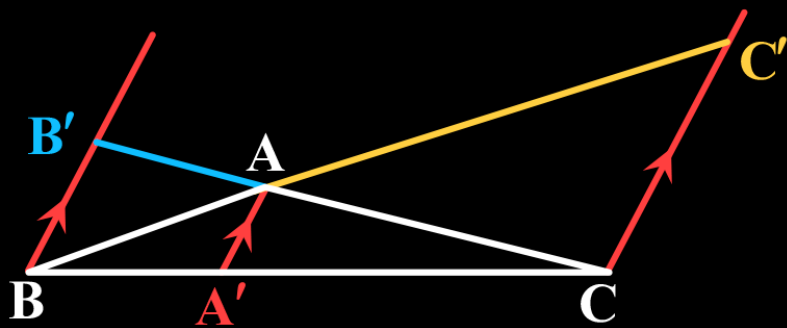


## ادامهٔ نتیجه‌ی مهم از قضیه‌ی تالس

$$\textcircled{4} AA' \parallel BB' \parallel CC' \rightarrow \frac{1}{AA'} = \frac{1}{BB'} + \frac{1}{CC'}$$

◆ فرض کنید  $A'$  نقطه‌ای دلخواه روی ضلع  $BC$  باشد اگر از نقاط  $B$  و  $C$  خطوطی موازی  $AA'$  رسم کنیم تا

امتداد اضلاع  $AC$  و  $AB$  را به ترتیب در  $B'$  و  $C'$  قطع کنند آن‌گاه:





**تست ۱۶** در یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه اندازه‌ی قاعده‌ها ۸ و ۱۲ می‌باشد فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی ۲ قطر دوزنقه از

ساق قائم چقدر است؟

$3/6$

$2/4$

$6$

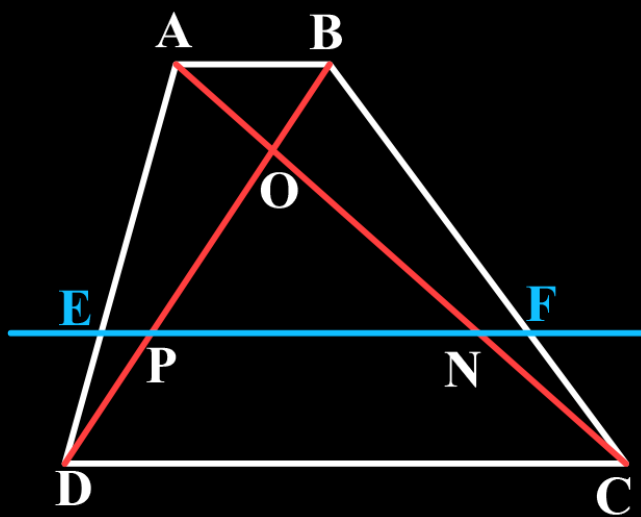
$4/8$



## ادامه نتیجه‌ی مهم از قضیه‌ی تالس

در هر دوزنقه خطی که بین قاعده‌ها موازی با قاعده‌های دوزنقه رسم می‌شود پاره‌خط‌هایی بین ساق‌ها و

قطرها ایجاد می‌کند که با هم برابرند:



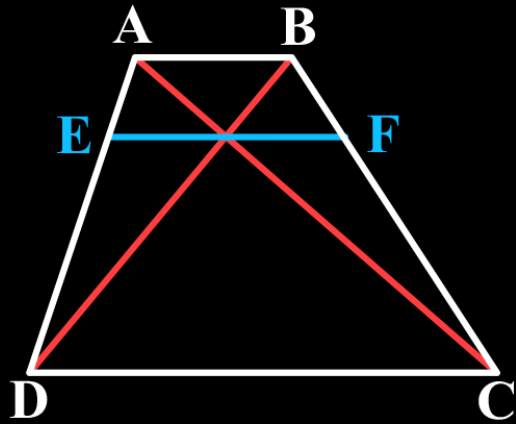
$$EP = FN$$



(کنکور)

در شکل مقابل  $AB \parallel EF \parallel CD$  اگر  $AB = 5$  و  $CD = 9$  باشند اندازه  $EF$  چقدر است؟

تست ۱۷



$\frac{45}{7}$  ۱

$\frac{45}{6}$  ۲

۷ ۳

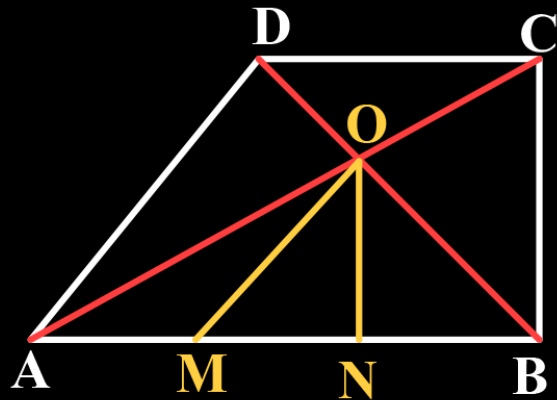
$3\sqrt{5}$  ۴



تست ۱۸ مطابق شکل از محل تلاقی قطرهای دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی  $ABCD$ ، پاره‌خط‌های  $OM$  و  $ON$  به ترتیب

(کنکور)

موازی با  $AD$  و  $BC$  رسم شده‌اند نسبت  $\frac{AM}{BN}$  کدام است؟



۱ کوچک‌تر از ۱

۲ بزرگ‌تر از ۱ و کوچک‌تر از ۲

۳ ۱

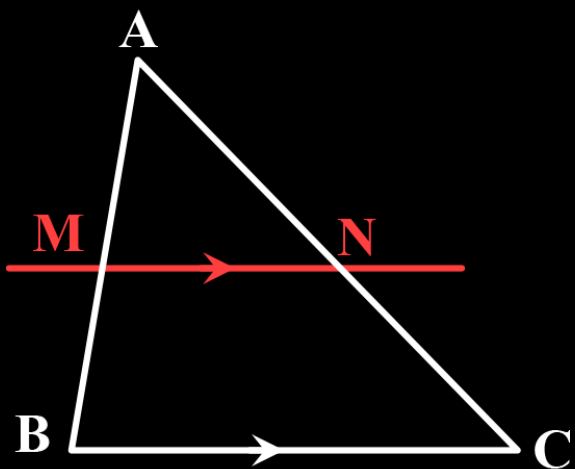
۴ ۲



## ادامهٔ نتیجه‌ی مهم از قضیه‌ی تالس

خطی که از وسط یک ضلع مثلث، موازی با ضلع دیگر رسم می‌شود ضلع سوم مثلث را نصف می‌کند و

پاره‌خطی که بین دو ضلع قرار می‌گیرد نصف اندازه‌ی ضلع دیگر مثلث است:

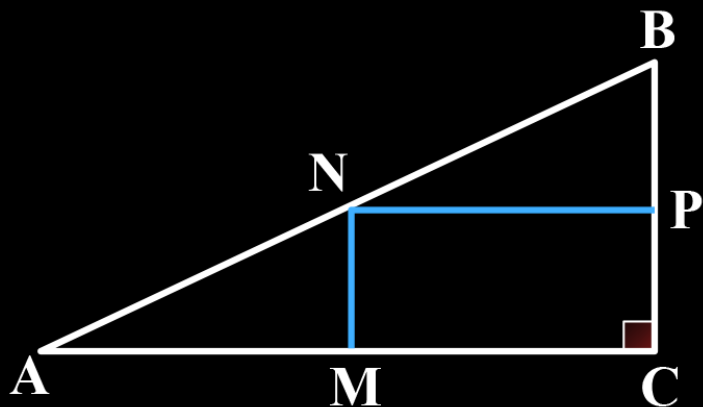


$$MN = \frac{BC}{2}$$



تست ۱۹ در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  اگر  $BC=5$  و  $AC=12$  و  $AM=6$  باشد و  $MNPC$  مستطیل باشد، محیط

آن چقدر است؟



۱۸ ۲

۱۷ ۱

۲۰ ۴

۱۹ ۳





تست ۲۰ از نقطه‌ی  $M$  وسط ضلع  $BC$  از مثلث  $ABC$  خطی به موازات  $AB$  رسم می‌کنیم تا نیمساز داخلی  $\hat{A}$  را

در  $N$  قطع کند اگر  $AC=12$  و  $AB=6$  باشد اندازه‌ی  $MN$  چقدر است؟

۳  ۲

۹  ۱

۶  ۴

۴  ۳



تست ۲۱ در مثلث  $ABC$ ، خط  $AM$  میانه  $BC$  و نقطه  $O$  وسط آن است. اگر خط  $OB$  ضلع  $AC$  را در  $D$  قطع

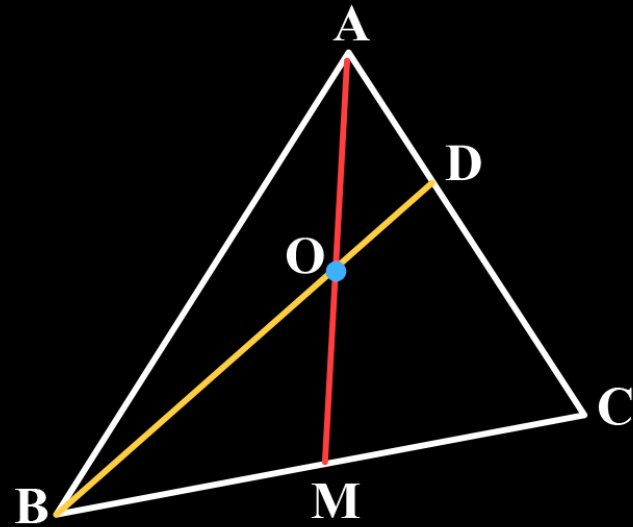
کند و  $OB = 12$  باشد.  $OD$  برابر کدام است؟

۴  ۲

۲  ۱

۸  ۴

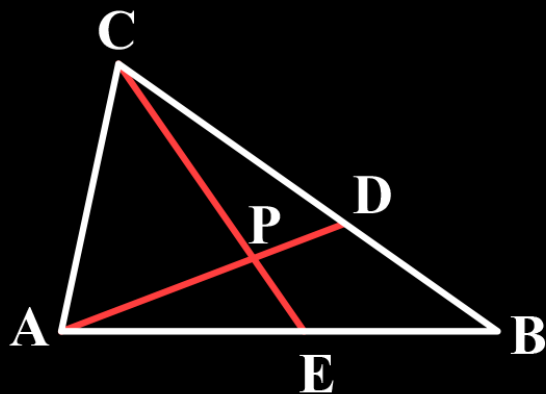
۶  ۳





در مثلث  $ABC$ ،  $\frac{CD}{DB} = \frac{4}{1}$  و  $\frac{AE}{EB} = \frac{4}{3}$ ،  $P$  نقطه تلاقی  $AD$  و  $CE$  است. کدام است  $\frac{CP}{PE}$ ؟

تست ۲۲



۱

۲

۳

۴

۳

۴

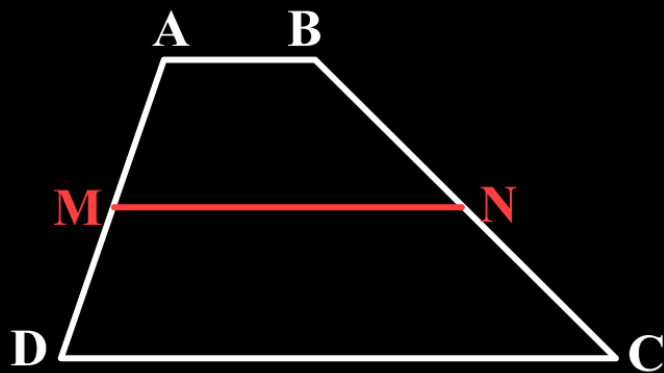
۵

۷



## ادامهٔ نتیجه‌ی مهم از قضیه‌ی تالس

در هر ذوزنقه پاره‌خطی که وسط ۲ ساق را به هم وصل می‌کند با قاعده‌های ذوزنقه موازی بوده و اندازه‌اش نصف جمع اندازه‌های دو قاعده است.



$$MN = \frac{1}{2}(AB + CD)$$



تست ۲۳ در یک دوزنقه پاره‌خطی که وسط ۲ ساق را به هم وصل می‌کند مساحت دوزنقه را به نسبت ۳ به ۵

(کنکور)

تقسیم می‌کند نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{4} \quad \text{۱}$$

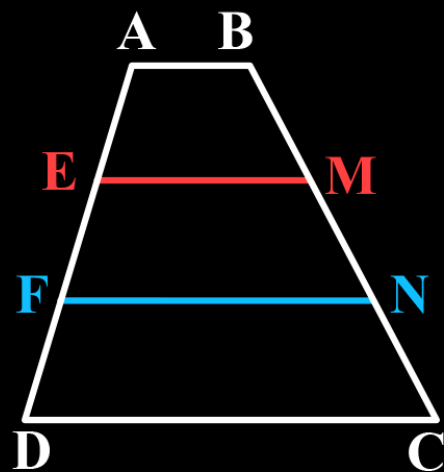
$$\frac{۳}{۵} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۲}{۵} \quad \text{۳}$$



تست ۲۴ در شکل مقابل نقاط  $N, M, F, E$  ساق‌های دوزنقه را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. نسبت

(کنکور)



چقدر است؟  $\frac{S_{EMNF}}{S_{ABCD}}$

$\frac{1}{3}$  ۲

$\frac{1}{5}$  ۱

$\frac{2}{5}$  ۴

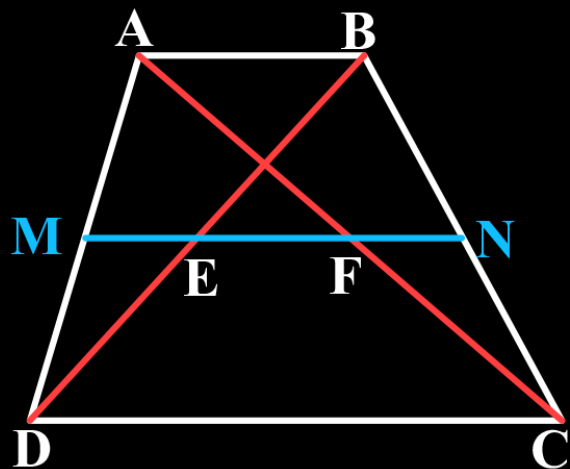
$\frac{1}{4}$  ۳



## ادامهٔ نتیجه‌ی مهم از قضیه‌ی تالس

در هر دوزنقه اندازه‌ی قسمتی از میان خط که به ۲ قطر دوزنقه محدود است برابر است با نصف قدرمطلق

تفاضل اندازه‌ی قاعده‌های دوزنقه:



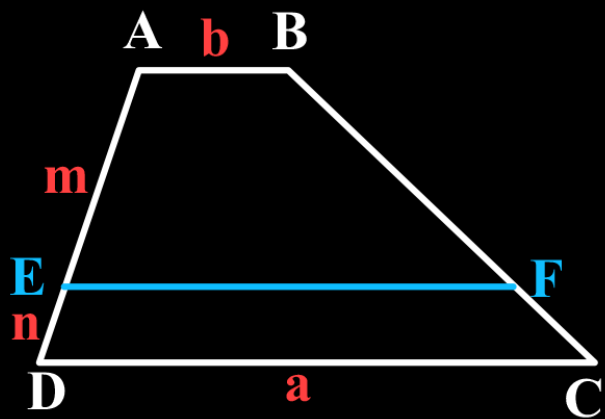
$$EF = \frac{1}{2} |AB - CD|$$



◆ ادامہً نتیجہی مهم از قضیہی تالس

← ۹ رابطہی تقسیم پارہ خط:

در ذوزنقہی ABCD اگر  $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{m}{n}$  آن گاه:



$$EF = \frac{ma + nb}{m + n}$$

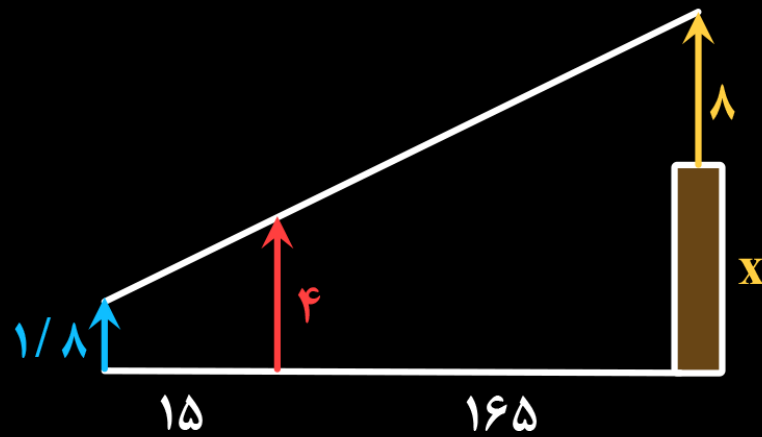




تست ۲۵ مطابق شکل دکلی به بلندی ۸ متر بالای برجی نصب شده است دید جسمی ناظر به ارتفاع  $1/8$  متر از

(کنکور)

ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است بلندی برج چقدر است؟



۱  $19/8$

۲  $20/2$

۳  $20/8$

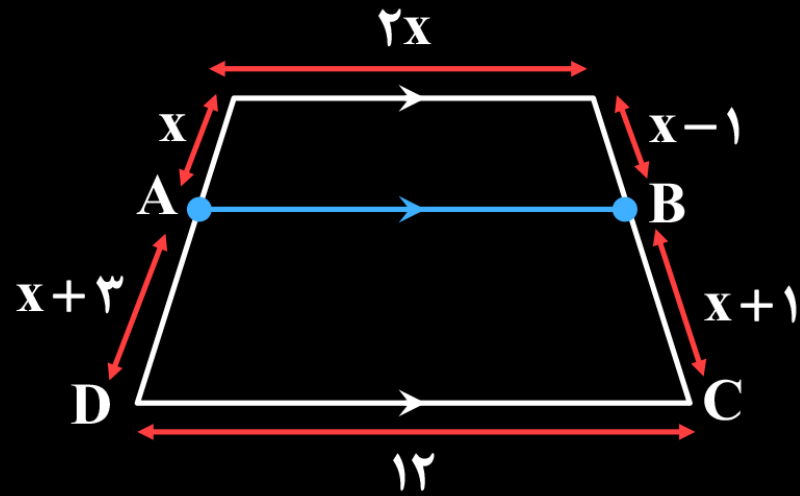
۴  $21/8$



(کنکور)

در ذوزنقهی روبه‌رو، طول پاره‌خط کد AB ام است؟

تست ۲۶



۹ ۱

۷/۵ ۲

۱۰ ۳

۸ ۴



**تست ۲۷** در ذوزنقه  $ABCD$  با محیط ۲۶ واحد، نقاط  $E$  و  $F$  به ترتیب وسط ساق‌های  $AD$  و  $BC$  هستند. پاره خط  $EF$  و قطر  $BD$  یکدیگر را در نقطه  $O$  طوری قطع کرده‌اند که  $OE = ۲$  و  $OF = ۵$  است. مجموع اندازه ساق‌های این ذوزنقه برابر کدام است؟

۱۴  ۲

۱۶  ۱

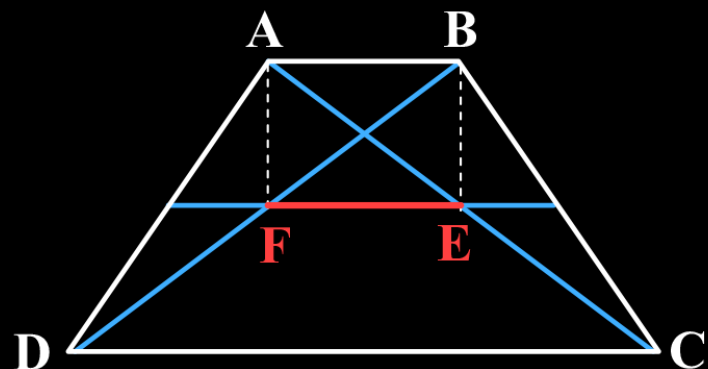
۱۰  ۴

۱۲  ۳



تست ۲۸ در ذوزنقه  $ABCD$ ، نسبت قاعده‌ها  $\frac{1}{3}$ ، خط واصل به اوساط ساق‌ها، اقطار ذوزنقه را در  $E$  و  $F$  قطع کرده است. مساحت چهار ضلعی  $ABEF$ ، چند برابر مساحت ذوزنقه اولیه است؟

(کنکور)



$\frac{1}{6}$  ۲

$\frac{2}{9}$  ۱

$\frac{1}{4}$  ۴

$\frac{3}{16}$  ۳



تست ۲۹ در ذوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۱۲ و ۱۶ و ارتفاع ۱۴ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و قاعده‌ی

(کنکور)

کوچک، چند واحد مربع است؟

۲۸ ۲

۳۶ ۱

۴۲ ۴

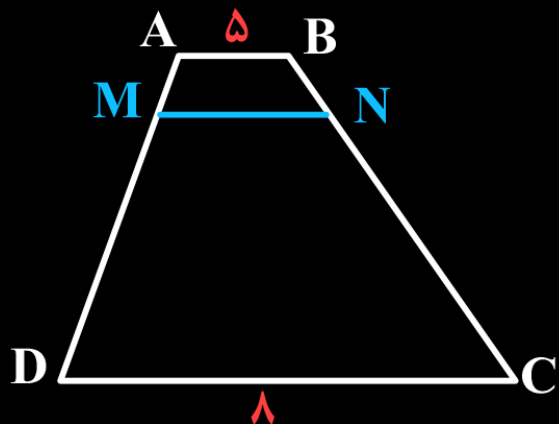
۲۴ ۳



(کنکور)

در ذوزنقهی  $ABCD$  داریم  $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{4}$  طول  $MN$  چقدر است؟

تست ۳۰



۵/۷ (۲)

۵/۶۵ (۱)

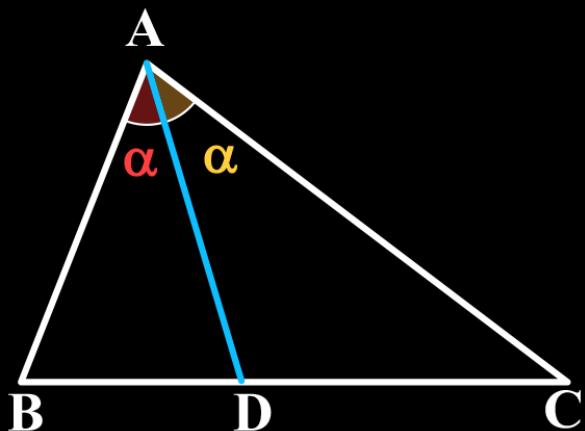
۵/۸ (۴)

۵/۷۵ (۳)

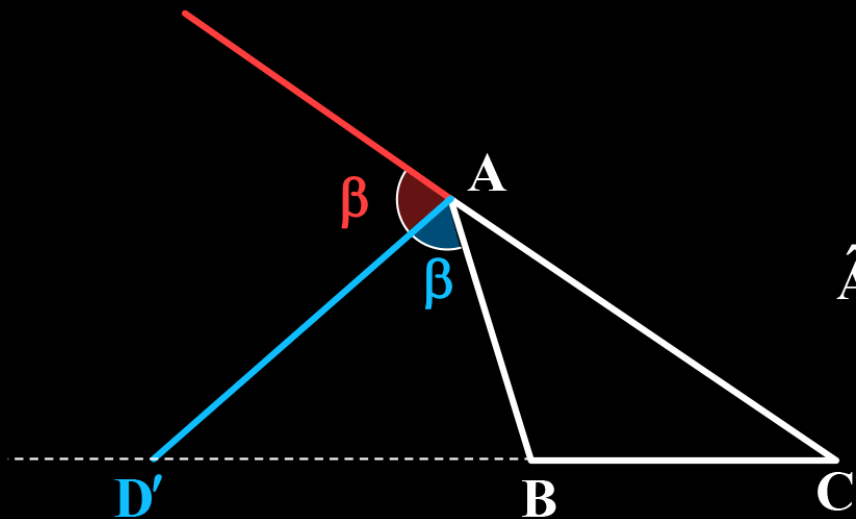


## ادامهٔ نتیجه‌ی مهم از قضیه‌ی تالس

در هر مثلث نیمساز هر زاویه، ضلع مقابل به آن زاویه را به نسبت اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند: ۱۰ ←



$$AD \text{ نیمساز } \hat{BAC} \Leftrightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$



$$\hat{A} \text{ نيمساز خارجي } AD' \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD'}{CD'}$$





تست ۳۱ در مثلثی به اضلاع ۵ و ۶ و ۷ طول کوچک‌ترین قطعه‌ای که نیمساز داخلی زاویه‌ی متوسط روی ضلع

(کنکور)

مقابل آن ایجاد می‌کند چقدر است؟

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۲/۷۵ (۴)

۲/۵ (۳)



تست ۳۲ در مثلث  $ABC$ ،  $BC = ۸$ ،  $AC = ۶$  و  $AB = ۱۲$  می‌باشند. نیمساز بزرگ‌ترین زاویه‌ی خارجی امتداد

ضلع مقابل را در  $N$  قطع می‌کند طول پاره‌خط  $CN$  چقدر است؟

۹  ۲

۸  ۱

۱۱  ۴

۱۰  ۳



تست ۳۳ در مثلث به اضلاع ۱۰، ۱۲ و ۱۴، فاصله پای نیمسازهای زوایای داخلی و خارجی زاویه

متوسط، کدام است؟

۳۰ (۲)

۲۷ (۱)

۳۵ (۴)

۳۳ (۳)

مدرسه‌ای برای همه

تأمین

