

دهمی

یازدهمی

با  بیایا تم لند

جزوه
دوره سالانه ۱۴۰۴

آمار و احتمال

یازدهم

مهندس بهمن موذنی پور

 Bahmanmoazzenipour

سخنی با دانش‌آموزان عزیزم

رفقای بزرگوار

قبل از شروع جلسه اول بیاید باهم ببینیم در کلاس جامع سالیانه آمار و احتمال چه اتفاقی می‌افتد:

این کلاس شامل دو بخش هست که به صورت همزمان پوشش داده می‌شود:

① بررسی تست‌ها برای آمادگی در تست‌زنی و کنکورهای آزمایشی:

در این قسمت علاوه بر انواع تست‌ها از تست ساده تا سخت، نکته دار، چالشی و وقت گیر در مدیریت زمان حل تست هم تمرکز می‌کنیم. علاوه بر این حجم زیاد تست باعث می‌شود چشم شما به انواع راه حل و خلاقیت‌ها باز شود. حل پر تعداد تست‌ها در هر فصل جزو قسمت‌های مهم کلاس ماست.

② بررسی تمارین، مثال‌ها، کار در کلاس‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی:

سوالات تالیفی سنگین تر در جهت یادگیری به ما کمک می‌کند که در جلسه آزمون پایانی (که همان امتحان نهایی هست) و جلسه کنکور مدیریت از دست ما خارج نشود.

و اما ترتیب فصل‌هایی که بررسی می‌کنیم به صورت زیر خواهد بود:

① مبانی ریاضیات (فصل اول یازدهم)

② آنالیز ترکیبی (مربوط به سال دهم که برای احتمالات به آن نیاز داریم).

③ احتمالات (فصل دوم آمار و احتمال، که مسائل شمارش که در قسمت قبل آموختیم در آن نقش اساسی دارد و یکی از قسمت‌های مهم کنکور سراسری است).

④ آمار توصیفی (فصل سوم سال یازدهم)

⑤ آمار استنباطی (فصل چهارم یازدهم)

برای اطلاعات بیشتر در مورد این دوره آموزشی و کنکورهای یادگیرنده که

علت ترتیب مباحث به چند عامل وابسته است:

۱ ترتیب یادگیری شما در نتایج بهتر به شدت موثر است.

۲ نتیجه گیری در آزمون‌های آزمایشی برای سنجش ما بسیار مهم است و مطالب طوری طبقه‌بندی شده‌اند که شما در هر آزمون آزمایشی که ثبت نام می‌کنید درس به موقع به آزمون رسیده باشد و شما یک سنجش خوب از خودتون داشته باشید.

و اما محتوای جزوه شما:

جزوه کامل در درس آمار و احتمال به زودی هم به صورت جزوه فیزیکی و هم به صورت فایل در دسترس شما خواهد بود.

شماره زیادی تست های مختلف از نکته‌دار و وقت گیر و مدیریت زمان در حل تست.

تمام مطالب مربوط به کتاب یازدهم (کار در کلاس‌ها، فعالیت‌ها، تمرین و ...) و هر آنچه برای امتحان نهایی نیز به آن نیاز دارید.

از همه مهمتر:

من با شما صداقت محض دارم، به شما رویا نمی‌فروشم! و با تمام وجودم اینجا هستم که شما دهه هشتادی‌های عزیز بیاموزید. از اول جدی باشید، یکی از مهمترین موارد در نتیجه خوب نظم و استمرار است. شما هم از همین جلسه اول با قدرت و سعی کنید به صورت آنلاین در کلاس‌ها شرکت کنید و در این صورت قول من رو برای کسب نتایج بی‌نظیر در این درس دارید.

دوستتون دارم و به شما افتخار می‌کنم.

بهمن مودنی پور

آشنایی با مبانی ریاضی

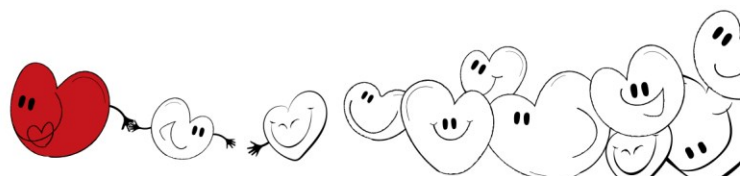
۱

۱ آشنایی با منطق ریاضی

۲ مجموعه - زیر مجموعه

۳ قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها - جبر مجموعه‌ها

منطق ریاضی در یک نگاه



گزاره‌ها

منطق ریاضی (یا منطق نمادین) دستور زبان یا ساختار جمله‌هایی است که در ریاضی به کار برده می‌شود.

به کمک این زبان می‌توان به بررسی دقیق یک استدلال پرداخت و اعتبار آن را مشخص کرد.

به‌عنوان مثال به استدلال زیر دقت کنید:

اگر علی انصراف دهد آنگاه رضا هم انصراف می‌دهد.

رضا انصراف نمی‌دهد یا علی انصراف نمی‌دهد.

نتیجه

حدس زدن نتیجه چنین استدلالی‌هایی کار ساده‌ای نیست و نیاز به منطق ریاضی دارد. در پایان این بحث که

آموزش منطق ریاضی کامل شد، مجدداً به حل آن خواهیم پرداخت.

در منطق ریاضی به دو جمله خبری اول **مفروضات استدلال** و به جمله خبری سوم **نتیجه استدلال** گفته می‌شود.

گزاره: جمله خبری در حال حاضر (یا آینده) که ارزش آن درست یا نادرست باشد را گزاره می‌گوئیم. گزاره‌ها را با

حروف کوچک p, q, r و ... نمایش می‌دهیم.

به‌عنوان مثال جمله خبری "تعداد سنگریزه‌های روی کره زمین 10^{100} است" یک گزاره است!

درست یا نادرست بودن یک گزاره را **ارزش** آن گزاره می‌گوئیم. ارزش درست را با "**د**" یا **T** و نادرست با "**ن**" یا **F**

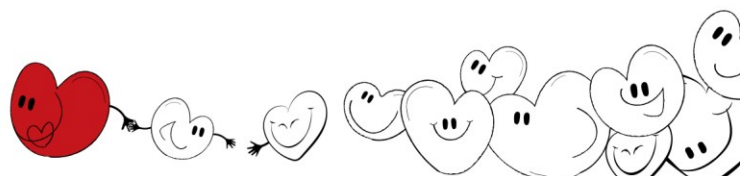
نمایش می‌دهیم.

حدس: گزاره‌ها یا مسائلی که هنوز اثبات نشده‌اند و از طرفی هیچ مثال نقضی برای آن‌ها پیدا نشده است را حدس

می‌گوئیم.

به‌عنوان مثال گزاره زیر یک حدس است:

"هر عدد زوج بزرگتر از ۲ را می‌توان به صورت حاصل جمع دو عدد اول نوشت."



تذکر جمله‌های پرسشی، امری، عاطفی گزاره محسوب نمی‌شوند، زیرا خبری را بیان نمی‌کنند! مانند جملات زیر:

◀ **◆** چه هوای خوبی! (بیان احساسات یا عاطفی)

◀ **◆** لطفاً از کلاس برو بیرون (امری)

◀ **◆** مدیر این دبیرستان کیست؟ (پرسشی)

تست ۱ چه تعداد از جملات زیر گزاره هستند؟

الف او قشنگ است.

ب سرت گرم و دلت خوش باد.

پ آخرین چهارشنبه مهرماه مسابقه فوتبال ایران است.

ت $x+ \Rightarrow \{ \}$

ث هر عدد زوج مثبت، مجموع ۲ عدد اول است.

۱ صفر **۲** ۲ **۳** ۳ **۴** ۴

(آزمونهای فیلی سبز ۱۴۰۲)

تست ۲ کدام گزینه، یک گزاره درست است؟

۱ $x^3 > x$

۲ $x^2 + x + 1 > 0$

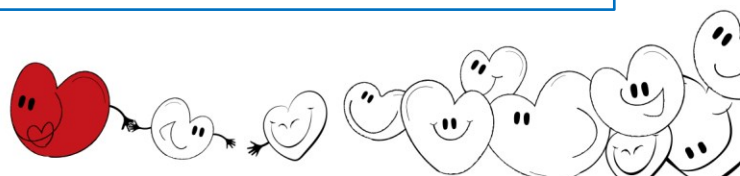
۳ حافظ بهترین شاعر ایران است.

۴ عدد ۱۲ دارای ۶ مقسوم‌علیه طبیعی است.

گزاره‌نما

هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغییر باشد و با جاگذاری یک مقدار به جای متغییر آن به یک گزاره تبدیل شود، **گزاره‌نما** نام دارد. گزاره‌نماها را برحسب تعداد متغییر به کار رفته در آن، یک متغییره، دو متغییره و ... می‌نامیم.

بعنوان مثال "۹ عددی اول است" یک گزاره است. ولی "a عددی اول است" دیگر یک گزاره نیست، بلکه یک گزاره‌نما است.



تذکر

وجه اشتراک گزاره و گزاره‌نما در خبری بودن آن‌هاست. اما فرق بین آن‌ها در این است که گزاره فقط یک ارزش دارد (درست یا نادرست). هر چند بر ما معلوم نباشد ولی ارزش گزاره‌نما معلوم نیست و بستگی به مقداری دارد که جایگزین متغیر آن می‌شود.

تست ۳ کدام گزینه گزاره‌نما نیست؟

- ۱ شخص x بازیکن تیم رئال بود.
- ۲ در پرتاب تاس احتمال رخداد $A = \{1, 2, 3\}$ برابر ۵۰ درصد است.
- ۳ $2^{n-1} \in P$ ($n \in \mathbb{N}$)
- ۴ حاصل جمع عددی با دو برابر خودش برابر ۱۰ است.

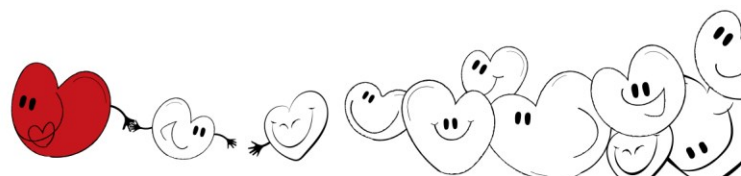
تعریف

در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرها قرار داد تا اینکه گزاره‌نما به گزاره تبدیل شود، **دامنه متغیر** گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف D نمایش می‌دهند.

دامنه متغیر را معمولاً جلوی گزاره‌نما و داخل پرانتز می‌نویسیم. و فقط زمانی از نوشتن آن خودداری می‌کنیم که دامنه بسیار واضح باشد. مانند پرتاب تاس!

در هر گزاره‌نما به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به‌ازای آن‌ها، گزاره‌نما به گزاره‌ای با ارزش درست تبدیل شود، **مجموعه جواب** گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف S نمایش می‌دهند. بدیهی است که $S \subseteq D$.

• به‌عنوان مثال گزاره‌نمای $2x^2 + 3x - 4 = 0$ ($D = \mathbb{Z}$) را در نظر بگیرید. مجموعه جواب این گزاره‌نما عبارت است از: $S = \{-2\}$. بدیهی است اگر دامنه جواب را \mathbb{Q} یا \mathbb{R} در نظر می‌گرفتیم، مجموعه جواب شامل $\frac{1}{3}$ نیز می‌شد!



مثال ۲ دامنه متغیر هر یک از گزاره‌های زیر، مجموعه اعداد صحیح است. مجموعه جواب هر یک را

(کتاب دسی)

بنویسید.

الف x مربع کامل است.

ب a یک واحد از مضرب ۵ بیشتر است.

پ $\frac{2x+1}{3} \leq -1$

ت $\{n(n+1) = 0 \mid n \in \mathbb{W}\}$

تست ۴ مجموعه جواب گزاره‌نمای "در پرتاب تاس $P(A) = \frac{1}{3}$ چند عضو دارد؟

۱ ۶

۲ ۱۵

۳ ۲۰

۴ ۶۴

تست ۵ مجموعه جواب کدام گزاره‌نما، بیشترین تعداد عضو را دارد؟

۱ $(x \in \mathbb{R}) 5x^2 - 3x - 2 = 0$

۲ $(x \in \mathbb{R} - \{0\}) x^2 + \frac{1}{x^2} \leq 2$

۳ $(x \in \mathbb{R}) 3x^2 + x + 2 = 0$

۴ در پرتاب یک تاس احتمال رخ دادن پیشامد A ، $\frac{2}{3}$ است.

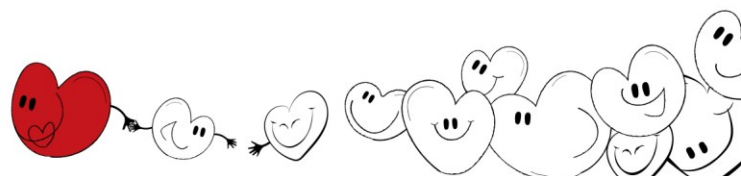
تست ۶ مجموعه جواب کدام گزاره‌نما با دامنه داده شده برابر نیست؟

۱ در پرتاب تاس $P(x) = \frac{1}{6}$ $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

۲ $(D = \mathbb{Z}) x(x+1) \in E$

۳ $(D = \mathbb{R}) x^2 + 1 > 0$

۴ $(D = \mathbb{N}) x(x+1) \notin P$



تست ۷ مجموعه جواب گزاره‌های (الف) را A و مجموعه جواب (ب) را B می‌نامیم. $A \cap B$ چند عضو دارد؟

الف عدد x از مضرب ۳ یک واحد کمتر است ($D = \mathbb{Z}$)

ب $x^2 - 2x - 15 < 0$ ($D = \mathbb{R}$)

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

تست ۸ مجموعه جواب کدام گزاره‌ها با دامنه متغیر گزاره‌های آن برابر است؟

۱ $[X] = X, D = \mathbb{R}^+$

۲ $\frac{|X|}{X} = 1, D = \mathbb{Z}^+$

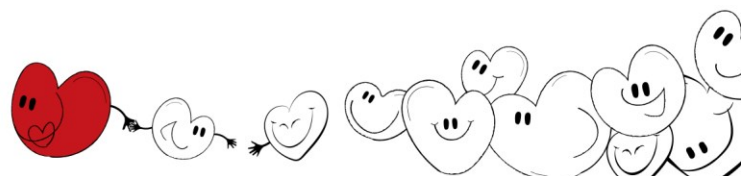
۳ $x^2 - 4x - 5 = 0, D = \{-1, 1, 0\}$

۴ $\sqrt{x^2} = X, D = \mathbb{Z}$

جدول ارزش گزاره‌ها

هر گزاره می‌تواند درست یا نادرست باشد. بنابراین جدول ارزش هر گزاره مانند p به صورت مقابل می‌باشد.

p
د
ن



حال اگر ۲ یا ۳ گزاره ساده داشته باشیم، طبق اصل ضرب همزمان با هم 2^2 یا 2^3 حالت دارند. بنابراین جدول ارزش گزاره‌های آن‌ها دارای ۴ یا ۸ سطر خواهد بود.

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

در حالت کلی جدول ارزش‌های n گزاره طبق اصل ضرب دارای 2^n حالت مختلف خواهد بود.

نکته اگر جدول ارزش دو گزاره یکسان باشد، می‌گوئیم دو گزاره هم‌ارز منطقی هستند و می‌نویسیم $p \equiv q$.

تست ۹ یکی از ردیف‌های جدول ارزش تعدادی گزاره، به صورت "د د د ن د" است. این گزاره چند سطر دارد که

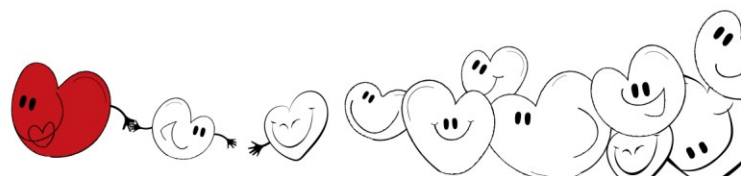
در آن دو تا درست دیده شود؟

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۳۱

۴) ۳۲



◆ نقیض يك گزاره

نقیض گزاره p به صورت $\sim p$ نوشته می شود و آن را "چنین نیست که p " می خوانیم. و به علامت \sim **ناقض** گفته می شود.

ارزش دو گزاره p و $\sim p$ دقیقاً برعکس هم می باشد. یعنی اگر یکی درست باشد، دیگری نادرست است و برعکس.

• **به عنوان مثال** نقیض گزاره "۲ عددی گنگ است" را می توان به یکی از صورت های زیر نوشت:

چنین نیست که ۲ عددی گنگ باشد.

۲ عددی گنگ نیست.

نتیجه دو گزاره p و $(\sim p)$ هم ارز منطقی هستند. یعنی:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

◆ ترکیب گزارهها

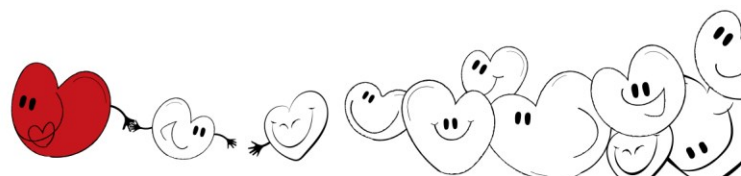
از ترکیب دو یا چند گزاره به وسیله **ادات ربط** گزاره های مرکب به دست می آیند.

① **ترکیب فصلی دو گزاره:**

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب " p یا q " را که به صورت $p \vee q$ می نویسیم، **ترکیب فصلی** دو

گزاره می گوئیم.

در اینجا به رابط منطقی \vee **فاصل** می گوئیم.



ادامه ترکیب گزاره‌ها

۲ ترکیب عطفی دو گزاره:

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب " p و q " را که به صورت $p \wedge q$ می‌نویسیم، **ترکیب عطفی** دو گزاره می‌گوئیم.

در اینجا به رابط منطقی \wedge **عطف** می‌گوئیم.

به‌عنوان مثال

گزاره p : در کنکور پیش‌رو رتبه زیر ۲۰۰۰ می‌آورم.

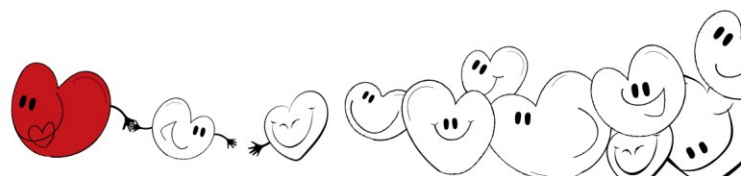
گزاره q : در کنکور پیش‌رو در رشته مهندسی صنایع قبول خواهم شد.

ترکیب فصلی و ترکیب عطفی دو گزاره فوق به ترتیب عبارت است از:

- در کنکور پیش‌رو رتبه زیر ۲۰۰۰ می‌آورم یا در رشته مهندسی صنایع قبول خواهم شد.
 - در کنکور پیش‌رو رتبه زیر ۲۰۰۰ می‌آورم و در رشته مهندسی صنایع قبول خواهم شد.
- همانطور که مشاهده ارزش گزاره فصلی فوق فقط زمانی نادرست است که من نه رتبه زیر ۲۰۰۰ آورده باشم و نه در رشته مهندسی صنایع قبول شده باشم! و در بقیه حالات ارزش آن درست است.
- همچنین ارزش گزاره عطفی فوق فقط زمانی درست است که من ضمن کسب رتبه زیر ۲۰۰۰ در رشته صنایع نیز قبول شده باشم. و در غیر این صورت ارزش گزاره نادرست خواهد بود.

نتیجه

ارزش گزاره فصلی $p \vee q$ فقط زمانی نادرست است که ارزش هر دو گزاره p و q نادرست باشد. و در بقیه حالات ارزش آن درست می‌باشد. همچنین ارزش گزاره عطفی $p \wedge q$ فقط زمانی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد. و در بقیه حالات ارزش آن نادرست می‌باشد.



جدول ارزش گزاره‌های دو ترکیب فصلی و عطفی به شکل زیر است:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$
د	د	د	د
د	ن	د	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

تست ۱۰ کدام گزینه را می‌توانیم در جدول بجای q و p قرار دهیم؟

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$
.....	د	ن

۱) $p: \{ \frac{1}{p}, \frac{3}{5}, \frac{4}{4} \}$ و q : عدد ۱ اول است.

۲) p : کسر $\frac{x}{x-1}$ به ازای $x=1$ تعریف نشده است و $q: \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

۳) p : عددی وجود دارد که مربع آن برابر -1 می‌شود و $q: \frac{1}{0} = 0$

۴) p : ۲ مضرب ۴ است و $q: E \subseteq O$

ویژگی‌ها و قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی

۱) قوانین جابه‌جایی:

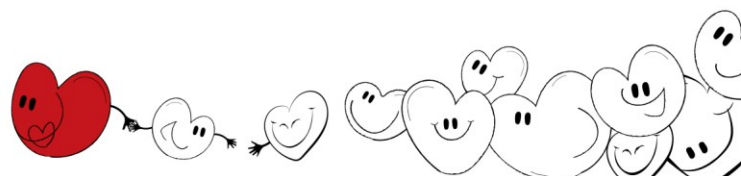
$$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$$

۲) قوانین شرکت‌پذیری:

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r), \quad (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

۳) قوانین توزیع‌پذیری:

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), \quad p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$



ادامه ویژگی‌ها و قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی

← ۴ قوانین دمورگان:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \quad , \quad \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

← ۵ قوانین جذب:

$$p \vee (q \wedge p) \equiv p \quad , \quad p \wedge (q \vee p) \equiv p$$

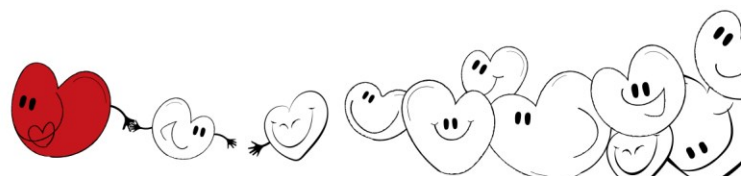
توجه در مورد قانون جذب این دو تا موضوع رو بخاطر داشته باش! اول اینکه رابط بیرون پرانتز با داخل پرانتز متفاوت و دوم گزاره بیرون پرانتز با یکی از دو گزاره داخل پرانتز یکسانه!

برای اثبات هر یک از روابط فوق از جدول ارزش گزاره‌ها استفاده می‌شود.

بدعنوان مثال برای اثبات قانون دمورگان $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ ، با توجه به وجود دو متغیر ساده p و q ، لازم است ۲^۲ سطر به صورت زیر پیش بینی کنیم:

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	د	د

همانطور که مشاهده می‌کنید برابری ستون‌های $\sim(p \wedge q)$ و $\sim p \vee \sim q$ حاکی از آن است که دو گزاره هم‌ارزش می‌باشند!



تست ۱۱ نقیض گزاره "چنین نیست که سال ۱۳۹۷ کبیسه نیست و ایران قهرمان جام جهانی می‌شود" هم‌ارز کدام است؟

- ۱ سال ۱۳۹۷ کبیسه نیست یا ایران قهرمان جام جهانی نمی‌شود.
- ۲ سال ۱۳۹۷ کبیسه نیست و ایران قهرمان جام جهانی می‌شود.
- ۳ سال ۱۳۹۷ کبیسه هست یا ایران قهرمان جام جهانی نمی‌شود.
- ۴ سال ۱۳۹۷ کبیسه هست و ایران قهرمان جام جهانی نمی‌شود.

تست ۱۲ به‌ازای چند مقدار a ، ارزش گزاره " $\frac{a}{3} \in \{2, \frac{1}{3}\}$ و $x^2 - 3x + a = 0$ دو ریشه دارد" درست است؟

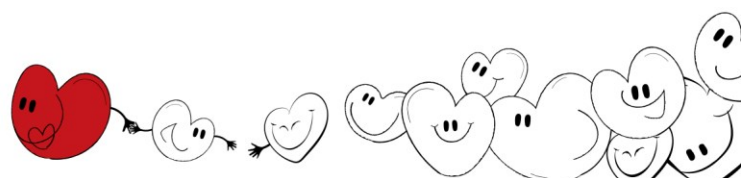
- ۱ ۱
- ۲ ۲
- ۳ بی‌شمار
- ۴ هیچ‌مقدار

چند هم‌ارزی مقدماتی

- ۱ $p \wedge \sim p \equiv F$ ، $p \vee \sim p \equiv T$
- ۲ $p \vee F \equiv p$ ، $p \vee T \equiv T$
- ۳ $p \wedge F \equiv F$ ، $p \wedge T \equiv p$

تست ۱۳ گزاره $\sim(p \wedge \sim q) \wedge (q \vee p)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

- ۱ p
- ۲ $\sim p$
- ۳ q
- ۴ $\sim q$



ترکیب شرطی دو گزاره

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب $p \Rightarrow q$ که خوانده می‌شود "اگر p آنگاه q " را **ترکیب شرطی** دو گزاره می‌گوئیم.

در اینجا p را **مقدم** (فرض) و q را **تالی** (حکم) می‌گوئیم.

نکته گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ را به صورت‌های زیر نیز می‌خوانند:

• p شرط کافی برای q است.

• q شرط لازم برای p است.

در سال‌های قبل با نمونه‌های زیادی از گزاره‌های شرطی آشنا شده‌اید. به عنوان مثال:

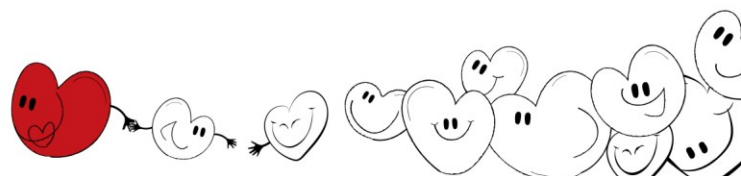
اگر یک چهارضلعی لوزی باشد آنگاه قطرهای آن بر هم عمود هستند.

تالی
مقدم

این گزاره را به صورت‌های زیر نیز می‌توان بیان کرد:

• لوزی بودن یک چهارضلعی، **شرط کافی** برای آن است که قطرهای آن بر هم عمود باشند.

• عمود بودن قطرهای یک چهارضلعی، **شرط لازم** برای آن است که چهارضلعی لوزی باشد.



به تفاوت بین شرط کافی و شرط لازم در مثال فوق دقت کردید؟!

ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ فقط زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد. و در بقیه حالات ارزش آن درست است.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

تذکر ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ صرف نظر از ارزش q ، وقتی که p نادرست باشد، همواره درست می باشد. (در واقع از یک

گزاره نادرست هر چیز درست یا نادرستی را می توان نتیجه گرفت!) به این ویژگی **انتفای مقدم** می گویند.

(پس یه جورایی همیشه ادعا کرد ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ وقتی q درست باشه همیشه درسته! ویژگی صحت تالی)

به عنوان مثال گزاره " اگر ۴ عددی اول باشد، آنگاه صدمین رقم اعشار عدد π برابر ۵ است " به استناد انتفای

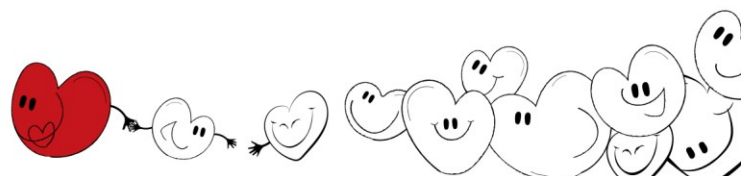
مقدم درست می باشد.

تذکر گزاره $q \Rightarrow p$ را **عکس گزاره** شرطی $p \Rightarrow q$ می گویند.

همچنین گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ را **عکس نقیض گزاره** شرطی $p \Rightarrow q$ می گویند.

نکته گزاره های $p \Rightarrow q$ و $\sim q \Rightarrow \sim p$ هم ارز منطقی اند. یعنی:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$



برای درک بهتر این نکته به مثال زیر توجه کنید:



همانطور که مشاهده می کنید هر دوی این گزاره ها یک حرف واحد را بیان می کنند و لذا معادل یا هم ارز یکدیگرند. هم ارزی فوق از آن جهت حائز اهمیت است که در بعضی از مسائل به جای اثبات گزاره " اگر فرض آنگاه حکم " که عمدتاً یا بسیار سخت و یا اساساً نشدنی هستند، می توان گزاره معادل آن یعنی " اگر نقیض حکم آنگاه نقیض فرض " را اثبات کرد.

در کتاب درسی به دو نمونه مسأله اشاره شده است که در اثبات آن ها از هم ارزی عکس نقیض استفاده شده است:

الف) هرگاه $a \in \mathbb{Z}$ و a^2 عددی زوج باشد آنگاه a نیز عددی زوج است.

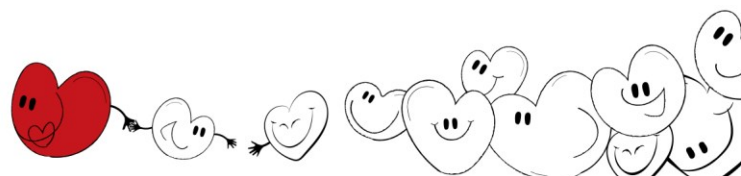
ب) هرگاه $a \in \mathbb{Z}$ و a^2 مضرب ۳ باشد آنگاه a نیز مضرب ۳ است.

اثبات الف با استفاده از هم ارزی عکس نقیض، گزاره " اگر a فرد باشد آنگاه a^2 نیز فرد است " را اثبات می کنیم.

$$a = 2k + 1 \rightarrow a^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 \rightarrow a^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1 \quad (\text{عددی فرد})$$

نکته نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ عبارت است از:

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$



برای درک بهتر این نکته به چند مثال زیر توجه کنید:

اگر فردا باران نبارد p آنگاه به اردوی تفریحی می‌رویم. q

نقیض جمله فوق: فردا باران نمی‌آید p ولی به اردوی تفریحی نمی‌رویم! $\sim q$

اگر ۴ عددی اول باشد p آنگاه در پرتاب تاس احتمال وقوع عددی اول برابر ۵۰ درصد است. q

نقیض جمله: ۴ عددی اول است p و در پرتاب تاس احتمال وقوع عددی اول برابر ۵۰ درصد نیست. $\sim q$

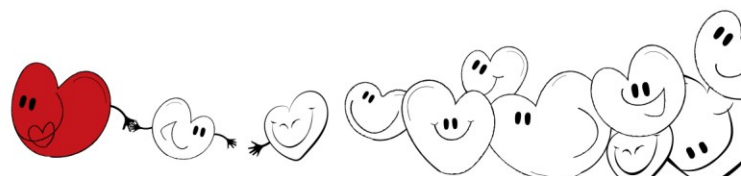
همانطور که مشاهده می‌کنید در هر یک از مثال‌های فوق ارزش اصل گزاره شرطی، با ارزش نقیض آن کاملاً در تضاد می‌باشند.

تذکر دقت داشته باشید که نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ را **به اشتباه** به صورت $\sim p \Rightarrow \sim q$ ننویسید! در صورت لزوم می‌توانید جدول ارزش گزاره‌های آن‌ها را بنویسید و نابرابری آن‌ها را آزمایش کنید.

♦ دو هم‌ارزی مهم برای گزاره‌های شرطی

۱ $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

۲ $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$



تذکر توجه داشته باشید که گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ هم‌ارز منطقی $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نیست!

تست ۱۴ کدام یک از گزاره‌های زیر را می‌توانیم بجای q در جدول مقابل قرار دهیم؟

$q \Rightarrow p$	q	p
د	هر مربع، مستطیل

۱ $1+20!$ عددی اول است.

۲ $x^2 - 5x + 4 = 0$ ($D = \mathbb{N}$)

۳ صدمین رقم اعشار π برابر ۵ است.

۴ هر سه گزینه

تست ۱۵ اگر هر دو گزاره زیر نا درست باشند، آنگاه کدام گزینه قطعاً نتیجه می‌شود؟

الف ایران مراکش را می‌برد و فرانسه قهرمان جام جهانی نمی‌شود.

ب اگر ایران مراکش را ببرد، آنگاه برزیل قهرمان می‌شود.

۱ برزیل قهرمان می‌شود.

۲ ایران مراکش را می‌برد و برزیل قهرمان می‌شود.

۳ فرانسه قهرمان می‌شود.

۴ ایران به مراکش می‌بازد یا مساوی می‌کند.

تست ۱۶ با توجه به گزاره زیر، کدام گزینه نا درست است؟

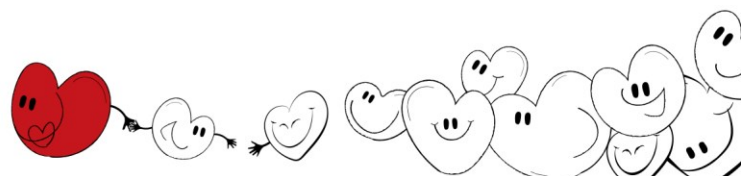
«اگر ایران به انرژی هسته‌ای دست پیدا کند، قیمت نفت افزایش می‌یابد.»

۱ دستیابی ایران به انرژی هسته‌ای شرط کافی برای افزایش قیمت نفت است.

۲ عدم افزایش قیمت نفت شرط لازم برای عدم دستیابی ایران به انرژی هسته‌ای است.

۳ افزایش قیمت نفت شرط لازم برای دستیابی ایران به انرژی هسته‌ای است.

۴ دست نیافتن ایران به انرژی هسته‌ای شرط لازم برای افزایش نیافتن قیمت نفت است.



(آزمونهای قلم‌پی ۱۴۰۲)

تست ۱۷ نقیض گزاره $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \vee p$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

۱ $p \vee q$

۲ $\sim p \vee q$

۳ $\sim p \wedge \sim q$

۴ $p \wedge \sim q$

تست ۱۸ کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $[\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$ است؟ (سراسری دی ۱۴۰۱)

۱ q

۲ r

۳ $r \vee p$

۴ $p \vee q$

تست ۱۹ کدام گزینه نادرست است؟

۱ اگر $۲ \times ۲ = ۵$ باشد، آنگاه ۴ مربع کامل نیست.

۲ اگر هزارمین رقم اعشار π برابر ۲ باشد، آنگاه تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست.

۳ اگر $۲^\circ \in \emptyset$ ، آنگاه $\pi\sqrt{۲}$ گویا است.

۴ اگر ۱۹۱۷ اول نباشد، آن‌گاه ۱۰۰! اول است.

تست ۲۰ اگر p گزاره درست، q نادرست و r گزاره دلخواه باشد، $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

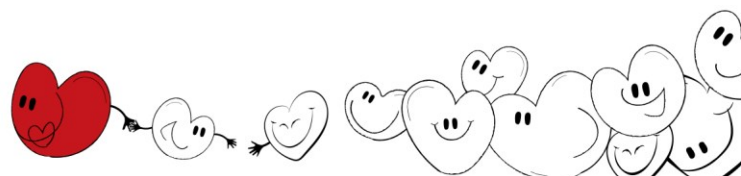
(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳)

۱ r

۲ T

۳ $\sim r$

۴ $\sim T$



تست ۲۱ گزاره " اگر A در انتخابات کاندید شود، آنگاه اگر B کاندید نشود، A رئیس جمهور می شود " نادرست است. در این صورت:

- ۱ A و B هر دو کاندید شده ولی A رئیس جمهور نمی شود.
- ۲ A و B کاندید شده و A رئیس جمهور می شود.
- ۳ A کاندید نشده، B کاندید شده و رئیس جمهور می شود.
- ۴ A کاندید شده، B کاندید نشده ولی A رئیس جمهور نمی شود.

(سنجش جامع ۱۴۰۲)

تست ۲۲ ارزش نهایی $[p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)] \Rightarrow q$ کدام است؟

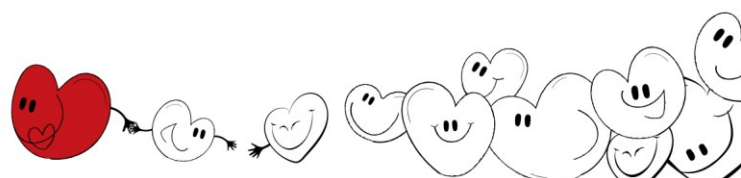
- ۱ $\sim(p \vee q)$
- ۲ $\sim q$
- ۳ $\sim p$
- ۴ T

تست ۲۳ گزاره $((p \vee r) \wedge \sim q) \vee \sim q$ هم‌ارز کدام گزینه است؟

- ۱ $\sim q$
- ۲ F
- ۳ T
- ۴ $p \vee r$

تست ۲۴ $p \Rightarrow q \vee \sim r$ نادرست است. ارزش کدام گزاره درست است؟

- ۱ $p \Rightarrow q$
- ۲ $(p \wedge q) \wedge r$
- ۳ $p \vee q \Rightarrow r$
- ۴ $\sim q \Rightarrow \sim p$



تست ۲۵ گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ نادرست و گزاره $p \wedge r$ درست است. کدام نتیجه حاصل می‌شود؟

۱ $p \equiv q \equiv r$

۲ $p \equiv q \equiv \sim r$

۳ $p \equiv \sim q \equiv \sim r$

۴ $\sim p \equiv q \equiv r$

تست ۲۶ اگر $(p \Rightarrow q) \equiv (q \Rightarrow r)$ کدام نتیجه‌گیری درست است؟

۱ $p \vee q \equiv T$

۲ $\sim p \vee q \equiv T$

۳ $p \wedge q \equiv T$

۴ $\sim p \wedge q \equiv T$

تست ۲۷ گزاره "اگر a عددی زوج و مضرب ۵ باشد، آنگاه رقم یکان آن صفر است" هم‌ارز کدام است؟

۱ a فرد است یا a مضرب ۵ نیست یا رقم یکان a صفر است.

۲ a زوج است یا a مضرب ۵ نیست یا رقم یکان a صفر است.

۳ a فرد است یا a مضرب ۵ نیست و رقم یکان a صفر است.

۴ a فرد است و a مضرب ۵ نیست و رقم یکان a صفر است.

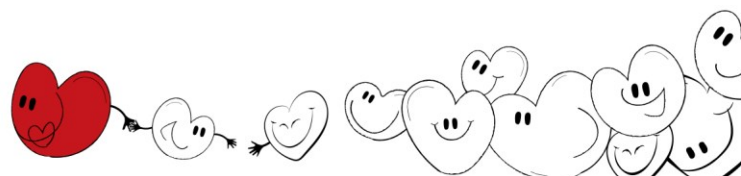
تست ۲۸ گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$ با کدام مورد هم‌ارز است؟

۱ p

۲ $\sim p$

۳ q

۴ T



تست ۲۹ نقیض گزاره " اگر $a^2 + 3$ زوج باشد، آنگاه a فرد است " کدام است؟

- ۱ $a^2 + 3$ فرد و a زوج است.
- ۲ $a^2 + 3$ زوج و a زوج است.
- ۳ $a^2 + 3$ فرد و a فرد است.
- ۴ $a^2 + 3$ زوج و a فرد است.

تست ۳۰ ارزش کدام گزاره همواره نادرست است؟

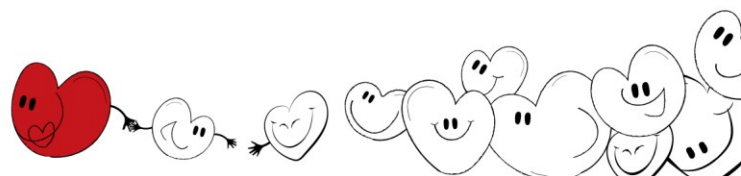
- ۱ $\sim p \Rightarrow q \vee F$
- ۲ $p \wedge T \Rightarrow q \wedge F$
- ۳ $p \vee \sim p \Rightarrow q \wedge \sim q$
- ۴ $p \vee \sim p \Rightarrow q \vee T$

تست ۳۱ ارزش گزاره $\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$ نادرست است. ارزش گزاره‌های $p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r)$ و $p \vee (q \Rightarrow r)$ به ترتیب کدام است؟

- ۱ T و T
- ۲ F و T
- ۳ T و F
- ۴ F و F

تست ۳۲ نقیض گزاره‌نمای $x \geq 5 \vee y \in \mathbb{Q}$ به‌ازای کدام مقادیر x و y دارای ارزش درست می‌شود؟

- ۱ $x = y = 5$
- ۲ $x = y = \sqrt{28}$
- ۳ $x = y = \sqrt{5}$
- ۴ $x = y = 4$



تست ۳۳ می‌دانیم گزاره " اگر $a+3$ فرد باشد، a^2 نیز فرد است " نادرست است. در این صورت

۱ $a+3$ زوج است و a^2 فرد است.

۲ $a+3$ زوج است و a^2 زوج است.

۳ a و a^2 هر دو زوج‌اند.

۴ $a+3$ فرد است و a^2 فرد است.

ترکیب دو شرطی دو گزاره

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ را بصورت $p \Leftrightarrow q$ می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی p و q می‌نامیم.

گزاره $p \Leftrightarrow q$ را به یکی از صورت‌های زیر می‌خوانیم:

← اگر p آنگاه q و بر عکس

← p شرط لازم و کافی برای q

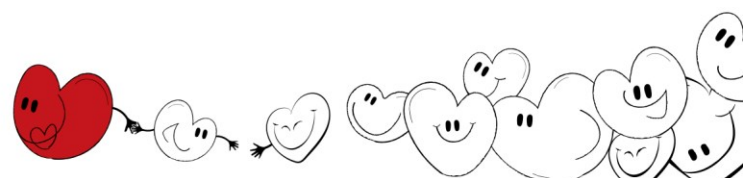
← p اگر و تنها اگر q

گزاره‌های زیر نمونه‌هایی از ترکیب دو شرطی می‌باشند:

← در پرتاب تاس شرط لازم و کافی برای آن که احتمال پیشامدی برابر با صفر باشد آن است که آن پیشامد تهی باشد.

← نقطه M از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است اگر و تنها اگر M روی عمودمنصف AB باشد.

← معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای دو ریشه متمایز است اگر و تنها اگر $b^2 - 4ac > 0$ باشد.



با توجه به هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$ جدول ارزش گزاره دوشرطی $p \Leftrightarrow q$ به صورت زیر می‌باشد:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

نتیجه گزاره دوشرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که p و q هر دو دارای ارزش یکسان باشند (هر دو درست یا هر دو نادرست) و در بقیه حالات نادرست است.

همچنین در گزاره مرکب $p \Leftrightarrow q$ جابه‌جایی گزاره‌های p و q ماهیت آن را عوض نمی‌کند. یعنی:

$$p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$$

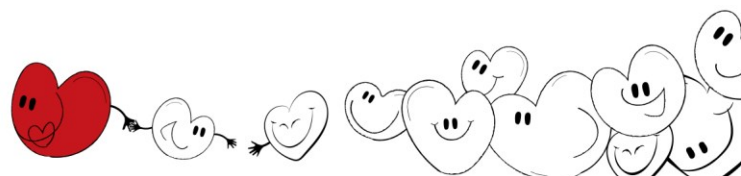
نکته نقیض گزاره دوشرطی $p \Leftrightarrow q$ عبارت است از:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \text{ یا } p \Leftrightarrow \sim q$$

برای درک بهتر این نکته به مثال زیر توجه کنید:

نقطه M از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است اگر و تنها اگر M روی عمودمنصف AB باشد.

نقیض جمله: نقطه M از دو سر پاره خط AB به یک فاصله نیست اگر و تنها اگر M روی عمودمنصف AB باشد!



$$p \Leftrightarrow q \equiv \sim q \Leftrightarrow \sim p \quad \text{نکته}$$

تست ۳۴ از درستی کدام گزینه، هم‌ارز بودن گزاره های q و r نتیجه می‌شود؟

۱ $p \vee q \equiv p \vee r$

۲ $p \wedge q \equiv p \wedge r$

۳ $p \Rightarrow q \equiv p \Rightarrow r$

۴ $p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow r$

تست ۳۵ نقیض گزاره $x^2 = y^2 \Leftrightarrow |x| = |y|$ را به کدام صورت نمی‌توان نوشت؟

۱ $x^2 \neq y^2 \Leftrightarrow |x| = |y|$

۲ $(x^2 = y^2 \vee |x| \neq |y|) \wedge (x^2 \neq y^2 \wedge |x| = |y|)$

۳ $x^2 = y^2 \Leftrightarrow |x| \neq |y|$

۴ $(x^2 = y^2 \wedge |x| \neq |y|) \vee (x^2 \neq y^2 \wedge |x| = |y|)$

تست ۳۶ ستون آخر جدول ارزش گزاره $p \wedge q \Rightarrow (q \Leftrightarrow p)$ در چند حالت، درست است؟

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

(سراسری تیرماه ۱۴۰۲)

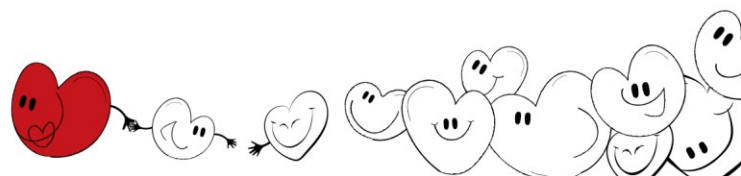
تست ۳۷ کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $q \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ است؟

۱ p

۲ $p \vee q$

۳

۴ $\sim p \Leftrightarrow q$



تست ۳۸ نقیض گزاره $(x=2 \vee x=-2) \Leftrightarrow x^2=4$ به کدام صورت نمی‌تواند باشد؟

۱ $x^2=4 \Leftrightarrow (x \neq 2 \vee x \neq -2)$

۲ $x^2 \neq 4 \Leftrightarrow (x=2 \vee x=-2)$

۳ $x^2=4 \Leftrightarrow (x \neq 2 \wedge x \neq -2)$

۴ گزینه‌های ۲ و ۳

تعریف گزاره‌هایی که ارزش آن‌ها همواره درست باشد را **گزاره‌های همیشه درست** می‌گوییم. مانند گزاره‌های:

$p \vee \sim p$ و $p \Rightarrow p$

همچنین گزاره‌هایی که ارزش آن‌ها همواره نادرست باشد را **گزاره‌های همیشه نادرست** می‌گوییم. مانند

$p \wedge \sim p$

گزاره:

نکته گزاره‌های $p \wedge q \Rightarrow p$ و $p \Rightarrow p \vee q$ همیشه درست هستند. یعنی:

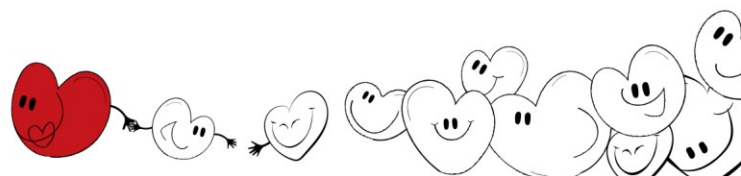
$(p \Rightarrow p \vee q) \equiv T$, $(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T$

سورها

سورها عباراتی هستند که **قلبرو اشياء و متغییرهای به‌کار رفته در گزاره‌نماها (پیا گزاره‌ها)** را تعیین می‌کنند.

انواع سورها عبارت‌اند از: سور **عمومی** و **وجودی** (و سور **صفر** که خارج از بحث این کتاب است)

معمولاً سور عمومی را با لفظ "به‌ازای هر" و سور وجودی را با لفظ "وجود دارد" (و یا عبارات مشابه) به‌کار می‌بریم.



به‌عنوان مثال به جملات خبری زیر دقت کنید:

- مجموع زوایای داخلی مثلث، ۱۸۰ درجه است.
- نقطهٔ هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث داخل آن است.

عمدهٔ اشکالی که در این جملات (به‌خصوص در مورد دوم) نمود پیدا می‌کند، این است که **قلبرو واژه مثلث** به‌درستی تعیین نشده است! و لذا در تعیین صحت و سقم آن‌ها دچار ابهام هستیم.

♦ برای رفع چنین ابهامی از سورها استفاده می‌کنیم:

برای هر مثلث، مجموع زوایای داخلی ۱۸۰ درجه است.

وجود دارند مثلث‌هایی که نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها، داخل آن است.

برای بیان سور عمومی و سور وجودی به زبان ریاضی، به ترتیب از نماد \forall و \exists استفاده می‌شود.

به‌عنوان مثال:

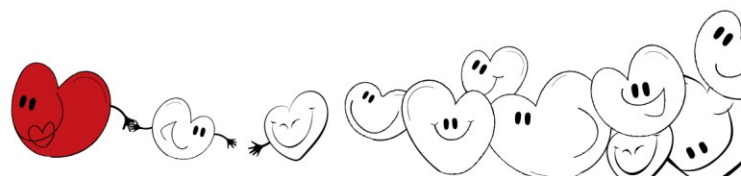
• برای هر عدد صحیح a عبارت $a(a+1)$ زوج است. یا $\forall a \in \mathbb{Z}; a(a+1) = 2k$

• وجود دارد عدد طبیعی x که $2x^2 + 3x + 1 = 0$. یا $\exists x \in \mathbb{N}; 2x^2 + 3x + 1 = 0$

نکته گزاره‌نمای شامل سور عمومی زمانی به یک گزاره درست تبدیل می‌شود که **هر عضو دامنه آن در گزاره‌نما صدق** کند و هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

همچنین گزاره‌نمای شامل سور وجودی زمانی به یک گزارهٔ درست تبدیل می‌شود که **مجموعه جواب آن تهی** نباشد.

مثلاً از دو گزاره‌نمای مثال فوق، گزاره‌نمای اول به ازای هر عدد صحیح a به یک گزارهٔ درست تبدیل می‌شود. زیرا همانطور که می‌دانیم از هر دو عدد صحیح متوالی یکی زوج و دیگری فرد است. پس حاصل ضرب آن‌ها زوج است. اما گزاره‌نمای دوم به ازای هیچ مقدار طبیعی x یک گزارهٔ درست نیست. زیرا هیچ یک از ریشه‌های این معادله (-1) و $(\frac{-1}{2})$ عدد طبیعی نمی‌باشند.



قرارداد در این درس مجموعه اعداد زوج را با E ، مجموعه اعداد فرد را با O و مجموعه اعداد اول را با P نمایش می‌دهیم.

تست ۳۹ کدام سور مثال نقض ندارد؟

۱ $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x}{x^2+x} = \frac{1}{x+1}$

۲ $\forall x \in \mathbb{R}^+; x + \frac{1}{x} \leq 10$

۳ $\forall n \in \mathbb{N}; 2^n + 10 \notin P$

۴ $\forall x \in \mathbb{R}^+; \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x-1} \neq 0$

تست ۴۰ کدام گزاره را می‌توانیم به جای p قرار دهیم؟

۱ $\exists a, b \in \mathbb{R}; ab = 0 \Rightarrow a = 0 \wedge b = 0$

۲ $\forall n \in \mathbb{N}; 2^n + 12 \in O$

۳ $\forall x \in \mathbb{R}; (x+2)^2 \geq 9$

۴ $\exists x \in \mathbb{Q}; 2^x = 2$

تست ۴۱ کدام گزاره نادرست است؟

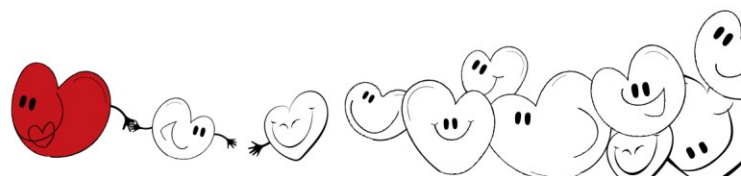
۱ $\exists x \in \mathbb{Z}; |x| - 1 < 0$

۲ $\exists x \in P; x = 2k$

۳ $\forall x \in P - \{2\}; x = 2k + 1$

۴ $\exists x \in \mathbb{N}; 2x^2 + 3x + 1 = 0$

p	q	r	$(p \vee r) \Rightarrow q$
.....	ن	ن	ن



(آزمونهای قلمپی ۱۴۰۲)

تست ۴۲ کدام یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟

۱ $\forall x \in \mathbb{R}; -2x^2 + 2x - 7 < 0$

۲ $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; \left| 2x + \frac{1}{3x} \right| \geq 2$

۳ $\exists x \in \mathbb{R}; -5x^2 - 6x + 7 < 0$

۴ $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}; x + y = 0$

تست ۴۳ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست می‌باشد؟

الف $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x + y = 0$

ب $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x + y = 0$

پ $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x \leq y$

۳ ۴

۲ ۳

۱ ۲

۱ صفر

تست ۴۴ کدام سوری درست است؟

۱ $\forall x, y \in \mathbb{R}; xy > 0 \vee x + y < 0$

۲ $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 = 0 \vee \sin x > 1$

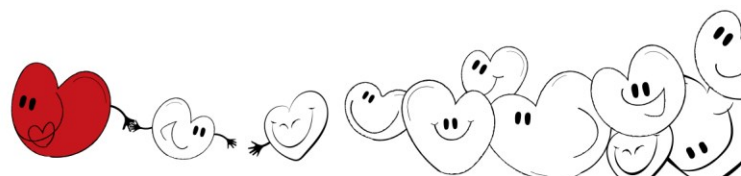
۳ $\forall n \in \mathbb{N}; \sim (n^2 + 1 \in P)$

۴ $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x+1}{x} = \frac{2}{3} \wedge x^2 \leq 9$

◆ نقیض گزاره‌های سوری

به گزاره "همه ایرانی‌ها فارسی‌زبان هستند" دقت کنید. برای نقض کردن این گزاره آیا لازم است که ثابت کنیم همه ایرانی‌ها فارسی‌زبان نیستند؟ مسلماً نه! بلکه کافی است نشان دهیم فقط یک ایرانی فارسی‌زبان نباشد. این یعنی اینکه اگر U مجموعه همه ایرانی‌ها باشد، داریم:

x فارسی‌زبان نیست $\equiv \exists x \in U; \sim (x \text{ فارسی‌زبان است})$; $\sim (\forall x \in U; x \text{ فارسی‌زبان است})$



نتیجه برای نقیض کردن یک گزاره که دارای سور می باشد، کافی است **بدون تغییر در دامنه متغییر**، سورها را به یکدیگر تبدیل کرده و $P(x)$ آن را نقیض کنیم. به زبان ریاضی یعنی:

$$\sim (\forall x; P(x)) \equiv \exists x; \sim P(x)$$

$$\sim (\exists x; P(x)) \equiv \forall x; \sim P(x)$$

تست ۴۵ نقیض گزاره "برای هر عدد طبیعی n ، n^2 زوج است اگر و فقط اگر n زوج باشد" کدام است؟

۱ $\forall n \in \mathbb{N}; n^2 \in \mathbb{O} \Leftrightarrow n \in \mathbb{E}$

۲ $\exists n \in \mathbb{N}; n^2 \in \mathbb{O} \Leftrightarrow n \in \mathbb{E}$

۳ $\exists n \in \mathbb{N}; n^2 \in \mathbb{O} \Leftrightarrow n \in \mathbb{O}$

۴ $\forall n \in \mathbb{N}; n^2 \in \mathbb{O} \Leftrightarrow n \in \mathbb{O}$

تست ۴۶ نقیض گزاره "همه مردمان ایران زمین، مهمان نواز و مهربان هستند" کدام است؟

۱ همه مردمان ایران زمین، نه مهمان نواز و نه مهربان هستند.

۲ برخی از مردم ایران زمین، نه مهمان نواز و نه مهربان هستند.

۳ برخی از مردمان ایران زمین، مهمان نواز نیستند یا مهربان نیستند.

۴ برخی از مردمان ایران زمین، مهمان نواز نیستند ولی مهربان نیستند.

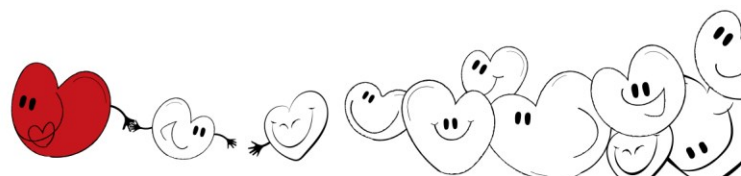
تست ۴۷ نقیض گزاره "حداقل یک چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 360° نیست" کدام است؟

۱ یک چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 360° درجه است.

۲ مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی 360° درجه است.

۳ هیچ چهارضلعی وجود ندارد که مجموع زوایای داخلی آن 360° درجه باشد.

۴ بی شمار چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 360° درجه است.



تست ۴۸ نقیض گزاره $(\forall x \in \mathbb{R}; 1-x < 2) \wedge (\exists n \in \mathbb{N}; \frac{1-x}{3} = 0)$ کدام است؟

۱ $(\exists x \in \mathbb{R}; 1-x \geq 2) \vee (\forall n \in \mathbb{N}; \frac{1-x}{3} \neq 0)$

۲ $(\exists x \in \mathbb{R}; 1-x \geq 2) \wedge (\forall n \in \mathbb{N}; \frac{1-x}{3} = 0)$

۳ $(\forall x \in \mathbb{R}; 1-x \geq 2) \vee (\exists n \in \mathbb{N}; \frac{1-x}{3} \neq 0)$

۴ $(\forall x \in \mathbb{R}; 1-x \geq 2) \wedge (\exists n \in \mathbb{N}; \frac{1-x}{3} \neq 0)$

