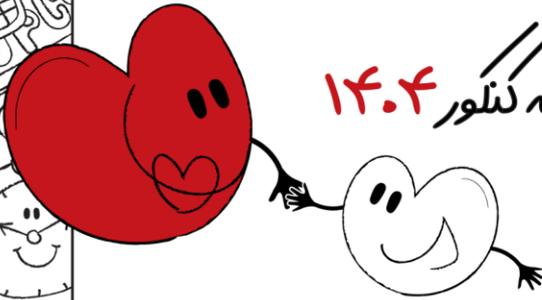


با ❤️ بیا تام لند

جزوه

دوره سالانه نئور ۱۴۰۴

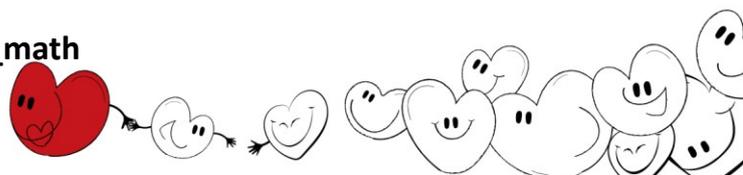


# ریاضی انسانی

استاد مرتضی محمدی نژاد

 MortezaMohammadinejad\_math

 mohammadinejad\_math



# جہاں درس امہل شمارش

نمرہ در امتحان نہایی: ۲/۵ نمرہ

تعداد تست در کنکور: یک تست

(۱) اصل ضرب

(۲) اصل جمع

(۳) جایگشت (عددنویسی - کلمه نویسی)

(۴) ترتیب (انتخاب ۲ شیء از  $n$  شیء وقتی ترتیب مهم است!)

(۵) ترکیب (انتخاب ۲ شیء از  $n$  شیء وقتی ترتیب مهم نیست!)

# نکات و فرمول‌های مهم

## اصول شمارش

(۱) نشان اصل ضرب **و** است.

(۲) نشان اصل جمع **یا** است.

(۳) جایگشت  $n$  شیء برابر  **$n!$**  است.

(۴) ترتیب  $r$  شی از  $n$  شیء

$$p(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال :  $p(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!}$

یا

(۵ دوه) : ۵ ۴ ۳

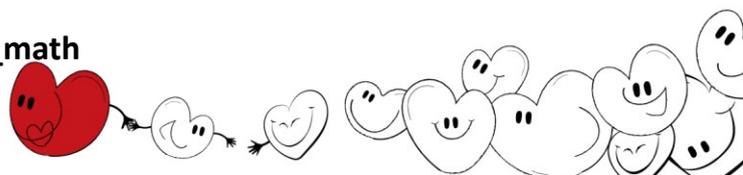
(۵) ترکیب  $r$  شیب از  $n$  شی :

$$C(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

مثال :  $C(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!3!}$

یا

$$C(5,3) = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}$$





**مثال ۱** در یک رستوران ۳ نوع غذای سنتی ایرانی، ۴ نوع غذای فست فودی وجود دارد. اگر مشتریان حق انتخاب یک نوع غذا را داشته باشند (ایرانی یا فست فود) این انتخاب به چند صورت امکان پذیر است؟

### اصل جمع

اگر کاری را به  $m$  یا  $n$  طریق بتوان انجام داد آن کار را به ..... طریق می توان انجام داد.

صفحه کتاب درسی سوال ۱.

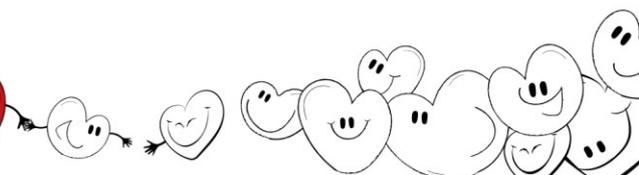
**مثال ۲** شخصی از تهران به قم را به سه طریق و از قم به اصفهان را به دو طریق طی می کند. این شخص از تهران به اصفهان را به چند طریق طی می کند.

### اصل ضرب

اگر کار  $A$  را به  $n$  طریق ..... کار  $B$  را به  $m$  طریق به توان انجام داد آن دو کار را به ..... طریق می توان انجام داد.

نشان اصل ضرب ..... می باشد و نشان اصل جمع ..... می باشد.

صفحه کتاب درسی سوال ۵.



آزمون سوال ۴.

**مثال ۳** در یک آزمون دو گزینه‌ای درست و نادرست با ۶ سوال، چند راه ممکن برای پاسخ‌گویی به این سوالات وجود دارد؟ (پاسخ‌گویی به تمام سوالات الزامی است).

.....

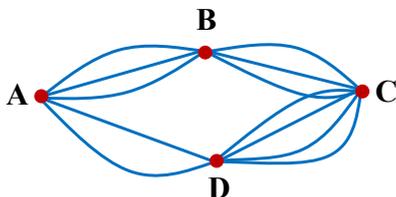
.....

**مثال ۴** در سوال بالا چند راه ممکن برای پاسخ‌گویی به سوالات وجود دارد وقتی پاسخ‌گویی به تمام سوالات الزامی نباشد؟

.....

.....

**مثال ۵** در شکل زیر مسیرهای بین شهرها همگی یک طرفه هستند. به چند حالت می‌توان از شهر A به شهر C رفت؟



مسیر رفت:  $A \rightarrow B \rightarrow C$ : ( )

$A \rightarrow D \rightarrow C$ : ( )

تعداد کل حالات رفت:

آزمون سوال ۴.

♦ فاکتوریل: به موارد زیر دقت کنید.

$2! = \dots\dots\dots$

$3! = \dots\dots\dots$

$4! = \dots\dots\dots$

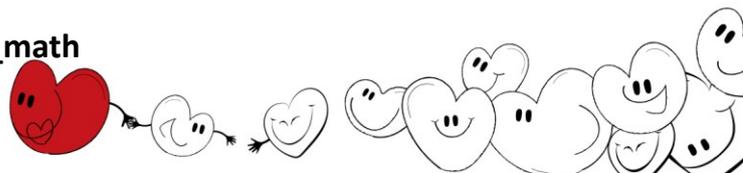
$5! = \dots\dots\dots$

$n! = \dots\dots\dots$

♦ به طور کلی فاکتوریل یک عدد از خود عدد شروع می‌شود و به ..... ختم می‌شود.

$0! = \dots\dots\dots$

$1! = \dots\dots\dots$



♦ ساده کردن فاکتوریل:

$$\frac{10!}{8!} = \dots \qquad \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \dots$$

♦ جایگشت: به چند طریق ۵ نفر می‌توانند کنار هم قرار گیرند.....

♦ تعداد جایگشت‌های n شی، متمایز برابر است با .....

**مثال ۶** جایگشت‌های موارد زیر را به دست آورید.

الف) ۱، ۳، ۲ .....      ب) AFSON .....

**مثال ۷** فرق بین عدد و رقم چیست؟ .....

**مثال ۸** چند عدد سه رقمی وجود دارد که تمام ارقام آن اول باشد؟ .....

**تست ۹** با ارقام ۰، ۱، ۲، ۴، ۵، ۷ چند عدد سه رقمی فرد، بدون تکرار رقم‌ها که مضرب ۵ نباشد، می‌توان نوشت؟

۴۸ **۱**      ۴۰ **۲**      ۳۶ **۳**      ۳۲ **۴**

**تست ۱۰** چند عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۵ و متشکل از رقم‌های فرد وجود دارد؟

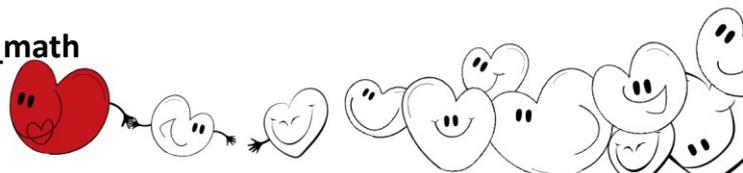
۱۸ **۱**      ۲۰ **۲**      ۲۴ **۳**      ۲۵ **۴**

**پاسخ** گزینه ۴ چون می‌خواهیم یک عدد سه رقمی بسازیم سه خانه در نظر می‌گیریم،

حال چون باید تمام ارقام فرد باشند، ارقامی که می‌توانیم از آن‌ها استفاده کنیم ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ می‌باشد، از طرفی با توجه

به این که اعداد فوق باید بر ۵ بخش‌پذیر باشد، خانه‌ی سمت راست فقط می‌تواند عدد ۵ باشد، ولی برای سایر خانه‌ها

شرط خاصی در نظر گرفته نشده، بنابراین هر کدام از این خانه‌ها ۵ انتخاب می‌توانند داشته باشند:



$$\underline{5} \underline{5} \underline{1} \Rightarrow 5 \times 5 \times 1 = 25$$

ضمناً در صورت این مساله حرفی از این که تکرار مجاز نباشد نیاورده است، بنابراین تکرار را مجاز در نظر گرفتیم.

**مثال ۱۱** با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد ۴ رقمی مضرب ۵ می توان نوشت؟ (با تکرار ارقام)

.....

.....

**تست ۱۲** با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند چهاررقمی بخش پذیر بر ۵، بدون تکرار رقم‌ها، می توان نوشت؟

۱۲۰ (۴)

۱۰۸ (۳)

۹۶ (۲)

۷۲ (۱)

**پاسخ** گزینه ۳

۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵     $\underline{5} \underline{4} \underline{3} \underline{1} \Rightarrow 60$     یکان ۰

$\underline{4} \underline{4} \underline{3} \underline{1} \Rightarrow 48$     یکان ۵     $60 + 48 = 108$

**مثال ۱۳** با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد ۴ رقمی زوج می توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

.....

.....

صفحه ۱۱ کتاب درسی سوال ۶ قیمت الف

**تست ۱۴** با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۵ رقمی و بزرگ تر از ۵۰۰۰۰ می توان نوشت؟ (تکرار مجاز نیست)

۲۸۰ (۴)

۳۸۰ (۳)

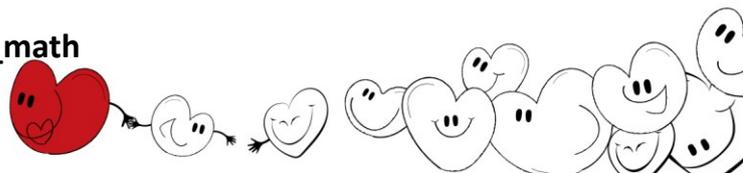
۴۸۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

.....

.....

صفحه ۱۱ کتاب درسی سوال ۶ قیمت ب



**مثال ۱۵** جای حروف یا اشیا مشخص شود.

با حروف کلمه‌ی «فارسی» چند کلمه می‌توان نوشت که با حرف «ف» شروع و به حرف «ی» ختم شود؟

صفحه کتاب درسی سوال ۳ قسمت های الف، ب و پ

**ب** اگر در جایگشت جای «حرف» یا «رقمی» مشخص شود آن «حرف» یا «رقم» از گردش ..... می‌شود.

**تست ۱۶** به چند طریق می‌توان حروف کلمه‌ی "MOHSEN" را کنار هم قرارداد به طوری که N و M در ابتدا و

انتها نباشد؟

۵۶۲ **۴**

۶۷۲ **۳**

۴۸ **۲**

۷۲۰ **۱**

**پاسخ** گزینه ۳

ابتدا تعداد کل کلماتی که با حروف MOHSEN می‌توان به درستی نوشت را به دست می‌آوریم. سپس تعداد کل

کلماتی که حروف N, M در ابتدا و انتها باشد را به دست می‌آوریم و در آخر این دو را از هم کم می‌کنیم. یعنی:

MOHSEN

تعداد کل کلمات =  $6! = 720$

$$\frac{2!}{4!} \text{ MOHSEN} = \text{حروف } M, N \text{ در ابتدا و انتها باشد} = 2! \times 4! = 2 \times 24 = 48$$

↓ جابه‌جایی OHSE ← جابه‌جایی M, N در اول و آخر

$720 - 48 = 672$  = تعداد کلماتی که حروف N, M در ابتدا و انتها نباشند.

**تست ۱۷** در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به طوری که ۳ نفر آن‌ها مجاز به

رانندگی باشند؟

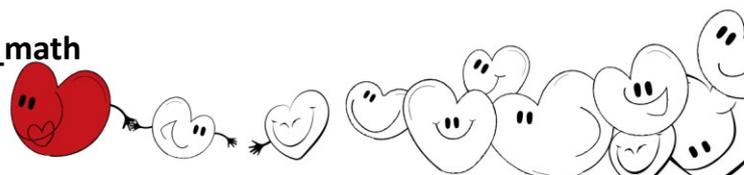
۸۴ **۴**

۷۵ **۳**

۷۲ **۲**

۶۰ **۱**

**پاسخ** گزینه ۲



۹

$$\frac{1}{\text{صندلی ۴}} \times \frac{2}{\text{صندلی ۳}} \times \frac{3}{\text{صندلی ۲}} \times \frac{4}{\text{صندلی ۱}} \times \frac{3}{\text{صندلی راننده}} = 3 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 72$$

۳ نفر مجاز به رانندگی هستند که بالاخره یک نفر رانندگی می‌کند.

**مثال ۱۸** با حروف کلمات زیر، چند کلمه می‌توان نوشت که حروف یکسان کنار هم باشند؟

الف) فرفره

ب) DADRAS

**مثال ۱۹** با حروف کلمه‌ی EXPORT چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت به طوری که دو حرف «O» و «P» همواره کنار هم و در وسط واقع باشند؟ (بدون تکرار ارقام)

.....

**تست ۲۰** رمز سه رقمی یک کیف، به گونه‌ای است که ارقام تکراری ندارد و عدد زوج و فرد

کنار هم قرار نمی‌گیرند، چند حالت برای رمز این کیف وجود دارد؟

۱) ۳۶      ۲) ۶۰      ۳) ۷۲      ۴) ۱۲۰

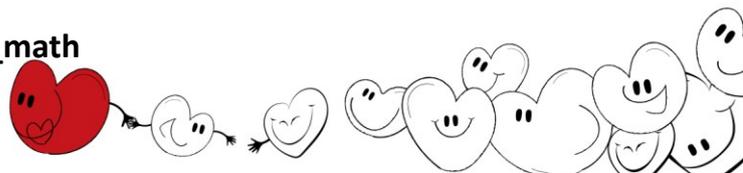
.....

**تست ۲۱** ۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است کنار هم قرار بگیرند به چند طریق این افراد می‌توانند کنار هم

قرار گیرند، بطوری که علی و حسن کنار هم باشند؟

۱) ۲۴      ۲) ۴۸      ۳) ۱۲      ۴) ۶۴

.....



**تست ۲۲** ۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هر کدام در یک اتاق، اقامت کنند. هتل سه اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در کنار هم، در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق، این افراد در

اتاق‌ها می‌توانند اقامت کنند. به طوری که علی و حسن در اتاق‌های کنار هم ساکن شوند؟

(دی ۱۴۰۱)

۷۲  ۴

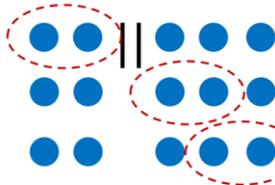
۳۶  ۳

۲۴  ۲

۸  ۱

**پاسخ** گزینه ۳

علی و حسن



$$2! \times 3! = 12$$

علی و حسن  $2! \times 3! = 12 \Rightarrow 12 + 12 + 12 = 36$

علی و حسن  $2! \times 3! = 12$

**مثال ۲۳** با حروف کلمه‌ی HAMID چند کلمه می‌توان نوشت که حروف AM کنار هم نباشند؟

.....

.....

**تست ۲۴** با حروف کلمه‌ی DANESH، چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت به طوری که حرف S در هر

رمز باشد؟

۲۷۰  ۴

۲۶۰  ۳

۲۵۰  ۲

۲۴۰  ۱

**پاسخ** گزینه ۱

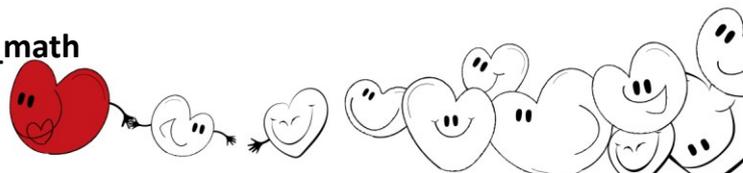
**راه حل اول** تعداد کلماتی که حرف S در آن‌ها نباشد - تعداد کل کلمات = حرف S در هر کلمه باشد

$$= \underline{6} \underline{5} \underline{4} \underline{3} - \underline{5} \underline{4} \underline{3} \underline{2} = 360 - 120 = 240$$

**راه حل دوم**

<u>S</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u> = 60
<u>5</u>	<u>S</u>	<u>4</u>	<u>3</u> = 60
<u>5</u>	<u>4</u>	<u>S</u>	<u>3</u> = 60
<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>S</u> = 60

$$60 \times 4 = 240$$



### مسائل ترتیب (تبدیل)

**مثال ۲۵** از بین ۵ دانش آموز به چند طریق می توان ۳ دانش آموز را برای نظافت سرویس های بهداشتی ، آوردن کیف معلم و حضور غیاب دانش آموزان، انتخاب کرد؟

**راه حل اول**

.....

.....

**راه حل دوم**

.....

.....

**مثال ۲۶** به چند طریق می توان از بین ۶ کارمند ۳ کارمند برای پست های ریاست، معاونت و حسابدار انتخاب کرد؟

**راه حل اول**

.....

.....

**راه حل دوم**

.....

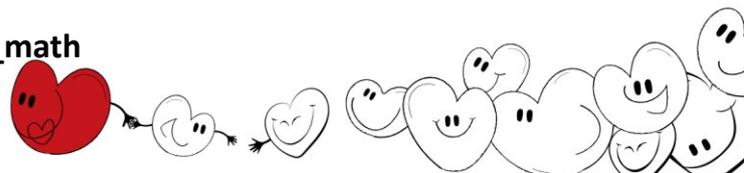
.....

♦ اگر بخواهیم از بین  $n$  شی متمايز تعداد  $r$  شی از آنها را طوری انتخاب کنیم که ترتیب قرار گرفتن آنها کنار هم ..... باشد، از رابطه ی زیر استفاده می کنیم.

$$P(n,r) = \dots\dots\dots$$

♦ سوال دانش پژوه (توتیا افسون): در تست از کجا بفهمیم که باید از فرمول بالا استفاده کنیم.

**پاسخ** اگر  $r$ ، سلسله مراحل داشته باشد مثل رئیس، معاون، منشی یا عنوان شود که این  $r$  شی برای کارهای ..... است، از فرمول ترتیب استفاده می کنیم.



**تست ۲۷** می خواهیم بین هفت تیم، یک دوره ی بازی فوتبال به صورت رفت و برگشت برگزار کنیم. اگر همه ی تیم ها با هم بازی داشته باشند، در پایان دوره چند بازی انجام شده است؟

۴۹

۴۸

۴۲

۲۱

**پاسخ** گزینه ۲

راه حل اول: چون بازی ها به صورت، رفت و برگشت است:  $۷ \times ۶ \Rightarrow ۴۲$   
راه حل دوم: (ترتیب مهم است).

$$P(۷,۲) = \frac{۷!}{(۷-۲)!} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵!}{۵!} = ۴۲$$

صفحه ۱۱ کتاب درسی سوال ۴.

### مسائل ترکیب

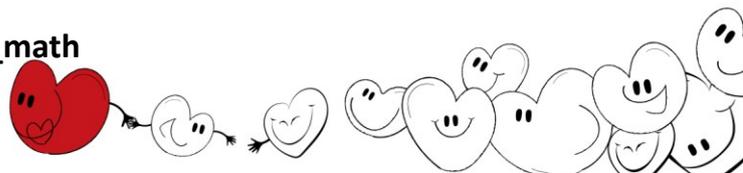
**مثال ۲۸** به چند طریق می توان از بین ۵ کارمند، ۳ کارمند را به سفر حج فرستاد؟



♦ هرگاه بخواهیم از بین  $n$  شی تعداد  $r$  شی را طوری انتخاب کنیم که ترتیب قرار گرفتن  $r$  شی، در کنار هم ..... از رابطه ی مقابل استفاده می کنیم.

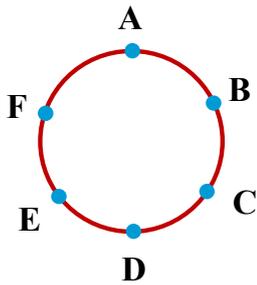
**مثال ۲۹** به چند طریق می توان از بین ۸ نفر دانش آموز یک کلاس یک تیم ۳ نفره برای رفتن به اردوی ورزشی انتخاب کرد؟

♦ کلماتی مانند تیم، ..... و مشابه این ها که نشان دهنده این هستند که سلسله مراحل وجود ندارد نشان از ..... هستند.



**مثال ۳۰** اگر ۶ نقطه روی محیط یک دایره باشند:

**الف** چند مثلث از اتصال این ۶ نقطه می توان تشکیل داد؟



**ب** چند وتر از اتصال این ۶ نقطه می توان تشکیل داد؟

صفحه ۱۱ کتاب درسی سوال ۲ قسمت های الف و ب.

**مثال ۳۱** از بین ۳ جراح زن و ۴ جراح مرد یک تیم جراحی ۵ نفره تشکیل می دهیم، به چند طریق می توان این

کار را انجام داد بطوریکه:

**الف** ۲ جراح زن و ۳ جراح مرد داشته باشیم؟

**ب** حداقل ۲ جراح زن داشته باشیم؟

**ج** حداکثر ۲ جراح زن داشته باشیم؟

**تست ۳۲** در چند زیر مجموعه ۵ عضوی از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، حداقل سه عضو زوج وجود دارد؟ (۱۴۰۱ فارغ)

۴۰ **۴**

۴۵ **۳**

۵۵ **۲**

۶۰ **۱**

**پاسخ** گزینه ۳

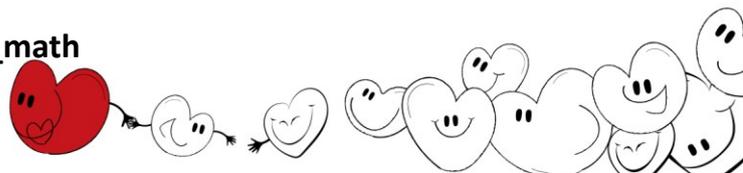
$$\{1, 2, 3, \dots, 9\} \begin{cases} \text{زوج } \{2, 4, 6, 8\} \\ \text{فرد } \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{cases} \quad \binom{4}{3} \binom{5}{2} + \binom{4}{4} \binom{5}{1} = (4 \times 10) + (1 \times 5) = 45$$

**مثال ۳۳** از بین ۱۲ عضو انجمن اولیا مربیان به چند طریق می توان ۳ نفر را طوری انتخاب کرد که همواره یک فرد

مورد نظر بین آن سه نفر باشد؟

**مثال ۳۴** از مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  چند زیر مجموعه ۴ عضوی می توان انتخاب کرد که حتماً اعداد ۱، ۲

در بین آن ها باشد؟



آزمون سوال ۳ قسمت الف

**تست ۳۵** تعداد زیر مجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه  $\{0, 1, 2, 3, 6, 8, 9\}$  که شامل ۸ عدد باشد، ولی شامل

(۱۴۰۱ داخل)

عدد ۴ نباشد، کدام است؟

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

**پاسخ** گزینه ۱

فاقد ۴

$$\{0, 1, 2, 3, 6, 8, 9\} \Rightarrow \binom{7-1}{4} = \binom{6}{4}$$

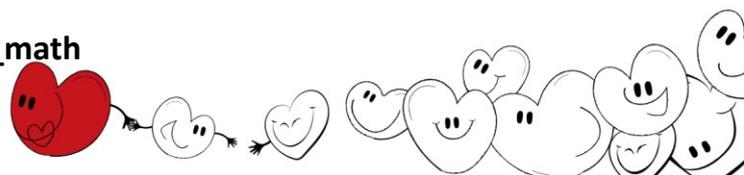
$$\Rightarrow \binom{6-1}{4-1} = \binom{5}{3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

**تکلیف**

۱ مطالعه درسنامه خیلی سبز از صفحه ۲۳۴ تا صفحه ۲۴۶

۲ سوال‌های کتاب خیلی سبز (صفحه ۲۶۳): ۱۰۶۶-۱۰۶۷-۱۰۷۰-۱۰۸۵-۱۰۹۰-۱۱۱۰-۱۱۱۸-۱۱۴۷-۱۱۴۸-

۱۱۶۶-۱۱۹۱-۱۱۹۴-۱۲۰۰-۱۲۰۶-۱۲۱۰-۱۲۲۱



۲. به چند طریق می‌توان از بین ۹ نفر یک تیم والیبال ۶ نفره تشکیل داد؟  
در ساختن تیم با جابه‌جایی افراد انتخاب شده، تیم جدیدی تولید نمی‌شود بنابراین، از ترکیب استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد تیم‌های ۶ نفره} = \binom{9}{6} = \frac{9!}{6! \times \dots} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times \dots}{6! \times \dots} = 84$$

۳. مجموعه ۸ عضوی  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟  
هر سه عضو از این ۸ عضو که انتخاب شود، فقط یک زیرمجموعه سه عضوی می‌سازد (در مجموعه‌ها جابه‌جایی اعضا اهمیت ندارد)؛ بنابراین، داریم:

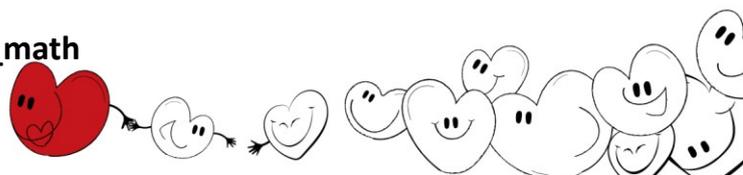
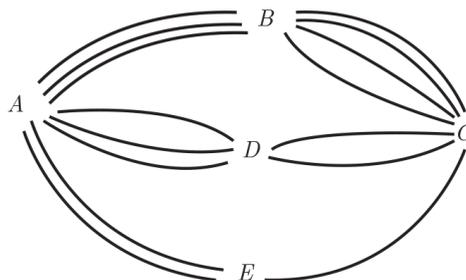
$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی} = \binom{8}{3} = \frac{8!}{\dots \times \dots} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \dots}{\dots \times \dots} = 56$$

۴. در جعبه‌ای ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی وجود دارد. به چند طریق می‌توانیم سه مهره از این جعبه خارج کنیم؟  
در انتخاب مهره‌های رنگی نیز ترتیب مهم نیست (اگر ۲ مهره قرمز و ۱ مهره آبی خارج شود، اهمیت ندارد که با چه ترتیبی خارج شده‌اند. در هر صورت، ۲ قرمز و ۱ آبی خارج شده است) و بنابراین داریم:

$$\text{تعداد انتخاب ۳ مهره از بین ۹ مهره} = \binom{9}{\dots} = \frac{9!}{3! \times \dots} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times \dots}{3! \times \dots} = 84$$

## تمرین

- می‌خواهیم از بین ۱۰ دانش‌آموز کلاس دهم و ۱۱ دانش‌آموز کلاس یازدهم و ۱۲ دانش‌آموز کلاس دوازدهم یک دانش‌آموز انتخاب کنیم؛ به چند طریق می‌توانیم این دانش‌آموز را انتخاب کنیم؟
- بین پنج شهر  $A, B, C, D, E$  مطابق شکل زیر راه‌هایی وجود دارد که همه دو طرفه‌اند. مشخص کنید به چند طریق می‌توان:
  - از شهر  $A$  به شهر  $C$  مسافرت کرد؟
  - از شهر  $A$  به شهر  $C$  و از طریق شهر  $B$  مسافرت رفت و برگشت انجام داد؟
  - از شهر  $D$  بدون عبور از شهر  $E$  به شهر  $A$  مسافرت کرد؟



۳. با حروف کلمه «ولایت» و بدون تکرار حروف: (با معنی یا بی معنی)  
الف) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت؟  
ب) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به «ی» ختم شوند؟  
پ) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت که با «و» شروع و به «ل» ختم شوند؟
۴. یک دوره بازی فوتبال بین ۱۰ تیم فوتبال، به صورت رفت و برگشت انجام می شود. اگر همه تیم ها با هم بازی داشته باشند، در پایان دوره چند بازی انجام شده است؟
۵. یک کارخانه خودروسازی خودروهایی در ۷ رنگ، با ۲ حجم موتور و ۳ نوع مختلف جلو داشبورد تولید می کند. یک خریدار برای خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟
۶. مجموعه  $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$  مفروض است:  
الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی و زوج (بدون تکرار ارقام) می توان ساخت؟  
ب) چند عدد ۵ رقمی و بزرگ تر از ۸۰۰۰۰ می توان نوشت؟  
پ) مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟  
ت) مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه سه عضوی و شامل رقم ۸ دارد؟
۷. روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید: الف) با این دوازده نقطه، چه تعداد مثلث می توان تشکیل داد؟  
ب) چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟
۸. می خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه یازدهم و ۶ دانش آموز پایه دوازدهم افرادی را انتخاب کنیم و یک تیم ۶ نفره والیبال تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند طریق می توانیم این تیم را تشکیل بدهیم؛ هرگاه بخواهیم:  
الف) به تعداد مساوی دانش آموز پایه یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.  
ب) کاپیتان تیم فرد مشخصی از پایه دوازدهم باشد.  
پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه دوازدهم باشند.  
ت) فقط ۲ نفر از اعضای تیم از پایه یازدهم باشند.
۹. مسئله ای طرح کنید که پاسخ آن به صورت  $(2 \times 3 + 3 \times 4 + 3^2)$  باشد.
۱۰. تعداد راه ها یا جاده ها از شهر  $B$  به  $C$  و از شهر  $A$  به  $E$  را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به  $2^0$  طریق از شهر  $A$  به شهر  $D$  سفر کرد.

