

رهمی

یازدهمی

با  بیایم تمام کنند

جزوه
دوره سالانه ۱۴۰۴

ریاضی و آمار

دهم

استاد محمدرضا امیری



mrezaamiriaz

معادله درجه اول و مسائل توصیفی

یادآوری اتحاد و تجزیه (مربع، دو جمله‌ای، مزدوج و جمله مشترک)

اتحادهای اول و دوم:

حاصل عبارت $(a + b)^2$ را بدست می‌آوریم:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$\rightarrow (a + b)^2$$

پس همچنین داریم:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) =$$

$$\rightarrow (a - b)^2 =$$

پس به صورت کلی می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{اتحاد مربع مجموع دو جمله‌ای (اتحاد اول)} : \begin{cases} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ \text{به صورت کلی:} \\ (O + \square)^2 = O^2 + (2 \times O \times \square) + \square^2 \end{cases}$$

$$\text{اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای (اتحاد دوم):} \begin{cases} (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ \text{به صورت کلی:} \\ (\bigcirc - \square)^2 = \bigcirc^2 - (2 \times \bigcirc \times \square) + \square^2 \end{cases}$$


دوپینگ دوز ۱: حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحادهای اول و دوم بدست آورید. 

الف) $(2x+1)^2 =$

ب) $(2-3x)^2 =$

پ) $(2x+3y)^2 =$

ت) $(2t - \frac{z}{2})^2 =$

دوپینگ دوز ۲: هر یک از چند جمله‌ای‌ها را با استفاده از اتحادهای مربع تجزیه کنید. 

الف) $x^2 + 6x + 9 =$

ب) $x^2 - 4xy + 4y^2 =$

پ) $-4x^2 + 4x - 1 =$

ت) $-x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} =$

تست گرمی ۱: حاصل عبارت $A = (6 - \sqrt{3})^2 - (6 + \sqrt{3})^2$ کدام است؟

-۷۸

۷۸

$-24\sqrt{3}$

$24\sqrt{3}$



(مشابه سراسری ۹۵)

تست گرمی ۲: اگر $(x + \frac{1}{x} = 3)$ باشد حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟

-۹ (۴)

-۷ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

(تالیفی)

تست ۱ با فرض آنکه $3x - \frac{5}{2x} = 4$ باشد، حاصل عبارت $9x^2 + \frac{25}{4x^2}$ کدام است؟

۳۱ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۶ (۱)

تست ۲ عبارت $4x^2 + mx + \frac{9}{4}$ مربع کامل است. مقدار عددی m کدام می‌تواند باشد؟

(تالیفی، جامع ریاضی و آمار کگو)

۶ (۴)

۳ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

تست ۳ به عبارت $4x^2 - 10x + 9$ کدام جمله افزوده شود تا حاصل به صورت مربع کامل دو

(تالیفی)

جمله‌ای باشد.

-۲x (۴)

-۴x (۳)

۴x (۲)

۲x (۱)

(تالیفی)

تست ۴ با افزودن کدام عدد به عبارت $4x^2 - 6x + \frac{1}{4}$ ، مربع دو جمله‌ای حاصل می‌شود؟

$-8x$ ۴

$8x$ ۳

$2x$ ۲

$4x$ ۱

اتحاد مزدوج

حاصل عبارت $(a-b)(a+b)$ را بدست آورید.

$(a-b)(a+b) =$

نام این اتحاد، اتحاد مزدوج و شکل کلی اون به صورت زیر است:

$$\text{اتحاد مزدوج: } \begin{cases} (a-b) \times (a+b) = a^2 - b^2 \\ \text{به صورت کلی:} \\ (\bigcirc - \square)(\bigcirc + \square) = \bigcirc^2 - \square^2 \end{cases}$$

دوپینگ دوز ۱: عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحاد مزدوج محاسبه کنید.



الف) $(\sqrt{3} - 5)(\sqrt{3} + 5) =$

ب) $(\frac{2a}{3} + b^2)(\frac{2a}{3} - b^2) =$



پ) $(\sqrt{5} - 3x)(\sqrt{5} + 3x) =$

ت) $(2x + 4)(2x - 4) =$

دوپینگ دوز ۲: عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحاد مزدوج تجزیه کنید.



الف) $4x^2 - 25 =$

ب) $9x^2 - 16 =$

پ) $x^2y^2 - 4 =$

ت) $m^2 - c =$

(جامع مهرماه)

تست گرمی ۳: حاصل $(3x - y + 2)(3x + y + 2)$ کدام است؟

$9x^2 - 12x + y^2$ ۲

$9x^2 + 4 + 12x - y^2$ ۱

$9x^2 + 10x - y^2 + 4$ ۴

$4x^2 + 8y^2 + 2xy + 1$ ۳

(مشابه قلم‌پی ۱۴۰۱)

تست گرمی ۴: حاصل عبارت $(1 - x)(1 + x)(x^2 + 2)$ کدام است؟

$x^4 + x^2 - 2$ ۴

$x^2 + 3x^2 - 2$ ۳

$-x^4 - x^2 + 2$ ۲

$-x^4 - 3x^2 + 2$ ۱

(تألیفی)

تست گرمی ۵: اگر $a^2 + 4b^2 = 4ab$ باشد، حاصل $a^2 - 4b^2$ کدام است؟

۱ ۴

صفر ۳

۴ ۲

۴ ۱

(تألیفی)

تست ۶ حاصل عبارت $A = (\sqrt{3} - 2)(3x + 4)(\sqrt{3}x + 2)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

$\sqrt{8}$ ۴

$\sqrt{6}$ ۳

۳ ۲

۲ ۱

شکل کلی اتحاد جمله مشترک به صورت زیر است:

$$\text{اتحاد جمله مشترک} \begin{cases} (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \\ \text{به صورت کلی:} \\ (0+a)(0+b) = 0^2 + (a+b) \times 0 + ab \end{cases}$$

دوپینگ دوز ۱: عبارتهای زیر را با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک محاسبه کنید.



الف) $(x+a)(x+b) =$

ب) $(3x-1)(3x+8) =$





پ) $(x+3)(x+5)=$

ت) $(x-2)(x-1)=$

دوپینگ دوز ۲: عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک تجزیه کنید.



الف) $9x^2 + 21x - 8 =$

ب) $x^2 - x - 6 =$

پ) $x^3 + 5x^2 + 6x =$

ت) $x^3 + 4x^2 - 32x =$

دوپینگ دوز ۳: در تجزیه عبارت $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$ کدام حاصل ضرب وجود ندارد؟ (سراسری ۹۰)



۴) $(x+3)$

۳) $(x-2)$

۲) $(x-8)$

۱) $(x+2)$

(سراسری قارج ۹۳)

تست گرمی ۵: در تجزیه عبارت $4x^3 - 6x^2 + 2x$ کدام عامل وجود دارد؟

۴) $x+2$

۳) $x+1$

۲) $2x-1$

۱) $2x+1$

(سراسری قارج ۹۷)

تست گرمی ۶: در تجزیه عبارت $(x^2 - 12)^2 - 16x^2$ کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

۴) $x+6$

۳) $x+3$

۲) $x+2$

۱) $x-6$



فوت کوزه‌گری :

فوت اول: تجزیه عبارت $x^2 - 8x + 16$ به صورت $(x+a)^2$ می‌باشد و تجزیه عبارت $x^2 - x - 6$ به صورت

$(x-b)(x-c)$ است. حاصل abc کدام است؟

۲۴ (۴)

-۱۸ (۳)

-۱۲ (۲)

۶ (۱)

فوت دوم: در حاصل عبارت $(x-1)(x+2)(x+1)(x-4)$ ضریب x^2 کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۹ (۲)

۹ (۱)

اشاره: فصل ۱ سال دوازدهم

فوت سوم: در تجزیه عبارت $(x^3 + 27)$ کدام عامل وجود ندارد؟



کوزه‌گری ۱: اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله یا همان چاق و لاغر:



$$a^3 + b^3 =$$

$$a^3 - b^3 =$$

عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

الف) $x^3 + 27 =$

ب) $27x^3 + 8 =$

ج) $125x^3 - 1 =$

د) $8x^3 - 64 =$

نکته مکعب اعداد

تست ۷ در تجزیه عبارت $x^2 + 2x^3 - x - 2$ کدام عامل وجود ندارد؟

$x^2 - x + 1$ (۴)

$x^2 + x + 1$ (۳)

$x + 2$ (۲)

$x - 1$ (۱)

تست ۸ در تجزیه عبارت $x^4 + 2x^3 - 8x - 16$ کدام عامل ضرب نیست؟

$x - 4$ (۴)

$2x - 1$ (۳)

$x^2 - 2x + 4$ (۲)

$x - 2$ (۱)

فوت چهارم: در بسط عبارت $(a + b)^3$ کدام جمله وجود ندارد؟

$3ab^2$ (۴)

$3a^2b$ (۳)

a^2b^3 (۲)

b^3 (۱)

کوزه‌گری ۲: اتحاد مکعب مجموع و تفاضل دو جمله، مثلث خیام پاسکال



$(a + b)^3 =$

$(a - b)^3 =$



معادلات درجه اول ترازو در ریاضیات

هر معادله‌ای که پس از ساده شدن به صورت $ax + b = 0$ باشد، معادله درجه اول نامیده می‌شود.
 (۱) a و b اعداد حقیقی هستند.

اعداد حقیقی:

(۲) a همیشه مخالف صفر است. ($a \neq 0$)

چرا؟

(۳) به طور کلی درجه هر معادله را بیشترین توان x تعیین می‌کند.

دوپینگ دوز ۱: درجه معادلات زیر را تعیین کنید.



الف) $2x - 1 = 0$

ب) $\sqrt{2}x = 2$

پ) $\frac{x+1}{3} - x = 4$

ت) $x^2 - 4 = 0$

ه) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

د) $x^3 - 27 = 0$

حل معادلات درجه اول

معادلات درجه اول در حالت کلی به صورت زیر حل می‌شوند:

$$ax + b = 0 \rightarrow$$

حواستون باشه قبل از حل معادله باید اونو به ساده‌ترین شکل ممکن آن بنویسیم.

دوپینگ: معادلات زیر را حل کنید.



الف) $(x-1)^2 - x^2 = 3$

ب) $(x+1)(x-3) = x^2 + 4x$

پ) $x(2x+3) = 2x^2 - 4x + 1$

(تألیفی)

تست گرمی ۷: مجموع جواب معادله $4x(x+1) = (2x-1)^2$ کدام است؟

$\{-8\}$ ۴

$\{8\}$ ۳

$\{\frac{1}{8}\}$ ۲

$\{8, 1\}$ ۱



(تالیفی)

تست گرمی ۸: در معادله $(4x+1)(x-6) = (2x+3)^2$ مقدار x^2 کدام است؟

$$\frac{3}{7} \text{ (۴)}$$

$$\frac{9}{49} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{25} \text{ (۲)}$$

$$\frac{7}{3} \text{ (۱)}$$

(سراسری انسانی ۷۴)

تست ۹ اگر $a + 2b = 0$ ، جواب معادله $a(x-1) - 2bx + 2b = 0$ کدام است؟

$$1 \text{ (۴)}$$

$$b \text{ (۳)}$$

$$a \text{ (۲)}$$

$$-1 \text{ (۱)}$$

تست ۱۰ اگر معادله درجه اول $(mx+1)^2 = (3x-2)^2$ دارای جواب $x = 0/5$ باشد، مقدار m

(مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

کدام است؟

$$-3 \text{ (۴)}$$

$$5 \text{ (۳)}$$

$$-5 \text{ (۲)}$$

$$3 \text{ (۱)}$$

◆ معادلات درجه اول کسری

در حل معادلات درجه اول کسری ابتدا کل معادله را در مخرج مشترک کسرها (ک.م.م یا کوچکترین مضرب مشترک) ضرب می‌کنیم تا هیچ مخرجی نداشته باشیم.

قال امیری:

دوپینگ دوز ۱: معادلات زیر را حل کنید.



الف) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} = x$

ب) $\frac{10x-2}{5} - \frac{2x}{3} = 1$

ج) $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} = 1 + \frac{x-2}{4}$

(تالیفی)

تست گرمی ۹: جواب معادله $\frac{2x-1}{3} - \frac{2-x}{4} = -5$ کدام است؟

$-\frac{50}{11}$ (۴)

$\frac{50}{11}$ (۳)

-۵ (۲)

۵ (۱)

(جامع مهر و ماه)

تست گرمی ۱۰: جواب معادله $\frac{3x-1}{4} + \frac{13}{3} = \frac{5}{6} - \frac{x-14}{2}$ کدام است؟

-۳ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۳ (۱)



تست ۱۱ جواب معادله $\frac{x+3}{2} - \frac{x+5}{3} = \frac{x+1}{4}$ چند است؟

- ۱ -۵ ۲ ۳۵ ۳ $-\frac{1}{5}$ ۴ $\frac{1}{5}$

تست ۱۲ حاصل ضرب جواب و قرینه جواب معادله $\frac{2-4x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x+7}{5}$ کدام است؟

- ۱ $-۰/۸۰۴$ ۲ $-۰/۷۰۲$ ۳ $-۰/۶۴۶$ ۴ $۰/۵۲۳$

◆ مسائل توصیفی: چستی تا حل!

تیپ ۱: در برخی موارد به جای یک معادله ریاضی، مسئله‌ای ریاضی عنوان می‌شود که می‌بایست آن را به صورت یک معادله ریاضی بنویسیم و سپس حل کنیم.

دوپینگ دوز ۱: عددی را بیابید که چهار برابر آن به علاوه ۵ از ثلث عدد ۱ واحد کمتر باشد.

دوپینگ دوز ۲: دو برابر ثلث عددی از ربع همان عدد ۱۰ واحد کمتر است. مربع این عدد کدام است؟



توصیف فارسی	نماد ریاضی
ثلث عددی	$2\left(\frac{x}{3}\right)$
از	$\frac{x}{4}$
۱۰ واحد کمتر است.	

دوپینگ دوز ۳: طول مستطیلی ۲ برابر عرض آن است. اگر محیط ۶۰ متر باشد، مساحت آن



(مشابه کنکور سراسری ۱۴۰۱)

چقدر است؟

اشاره به تیپ (۲)

تست گرمی ۱۱: تفاضل عددی از ۲۵، ثلث مجموع همان عدد با ۳۵ است، آن عدد کدام است؟ (سراسری انسانی ۷۶)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)



تست گرمی ۱۲: مجموع ثلث و خمس عددی، ۳۴ واحد بیشتر از ربع آن است. ربع این عدد کدام است؟

(مرتبط با صفحه ۱۴ کتاب درسی - آبی قلم‌چی)

۳۰ (۴)

۹۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۶۰ (۱)

تست ۱۳: نصف سن ۲۷ سال بعد علی، ۳ سال از سن فعلی او بیشتر است. علی الان چند سال دارد؟

۲۷ (۴)

۲۵ (۳)

۲۳ (۲)

۲۱ (۱)

تست ۱۴: علی برای عضویت در یک گروه خاص، می‌بایست تعداد اعضای گروه را که در معمای «ما و ما و

نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما و گر تو هم با ما شوی، ما جملگی صد می‌شویم» مطرح شده است، پیدا کند. تعداد

اعضای گروه چند نفر می‌باشد؟

۷۲ (۴)

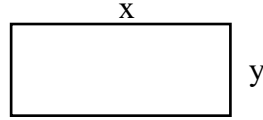
۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

تیپ ۲ هندسی:

یادآوری محیط و مساحت:



مستطیل با ابعاد x و y

= محیط مستطیل

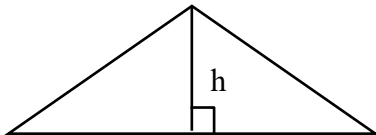
= مساحت مستطیل



مربع به ضلع x

= محیط مربع

= مساحت مربع

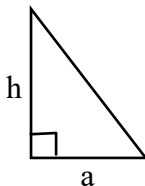


مثلث دلخواه

= محیط مثلث

= مساحت مثلث

قضیه فیثاغورث:

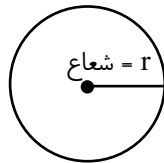


= محیط مثلث قائم الزاویه

= مساحت مثلث قائم الزاویه

مثلث قائم الزاویه (دو ضلع زاویه قائمه، قاعده

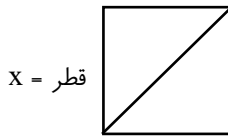
و ارتفاع محسوب می‌شن)



دایره به شعاع r

= محیط دایره

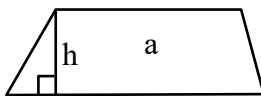
= مساحت دایره



مربع با قطر معلوم

$$\text{محیط} = \frac{x^2}{2}$$

$$\text{مساحت} = 2\sqrt{2}x$$

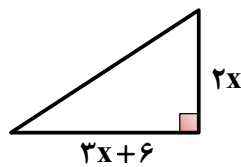
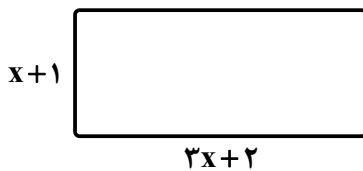


دوزنقه با ارتفاع h

= محیط دوزنقه

= مساحت دوزنقه

دوپینگ دوز ۱: مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی اند. محیط مستطیل را بدست آورید.



.....

.....

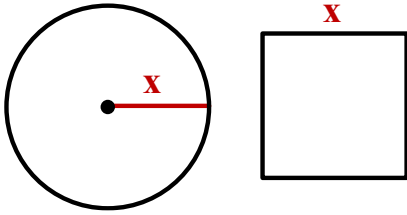
.....

.....

دوپینگ دوز ۲: با توجه به شکل محیط دایره از محیط مربع ۴ واحد بیشتر است. مساحت دایره را



بدست آورید. ($\pi = 3$)



(مرتبط با صفحه ۱۲ کتاب درسی)

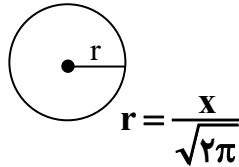
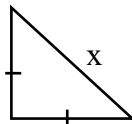
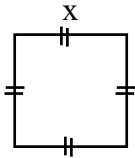
دوپینگ دوز ۳: طول قطر مربعی $4\sqrt{3}$ است. محیط آن چقدر است؟



تست گرمی ۷: اگر مجموع مساحت‌های سه شکل زیر برابر ۷ باشد، محیط مربع

(مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی، آبی قلم‌چی)

کدام است؟



۴ (۲)

۸ (۱)

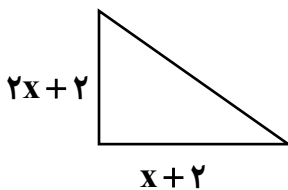
۱۰ (۴)

۲ (۳)

تست گرمی ۱۴: اگر مساحت مثلث مقابل، برابر با محیط مربعی به ضلع $x+2$ باشد، طول ضلع قائم کوچکتر

(مشابه فعالیت کتاب درسی)

کدام است؟



۵ (۲)

۸ (۱)

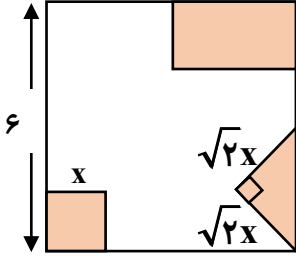
۶ (۴)

۳ (۳)



تست ۱۵ از مربعی به ضلع 6cm سه شکل روبرو بریده شده است. مساحت باقیمانده 24cm^2 است. طول

۲x تمرین صفحه ۲۱ کتاب درسی



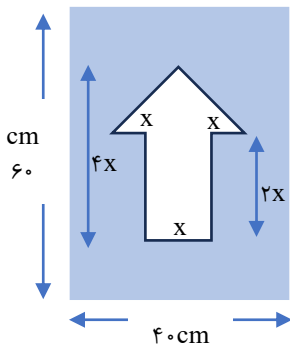
ضلع کوچک بریده شده چقدر است؟

- ۱ $\sqrt{3}$ ۲ ۳
۳ ۲ ۴ $\sqrt{2}$

تست ۱۶ برای ساخت تابلوی راهنمایی «یک طرفه» روی یک پل، مطابق شکل زیر از برچسب‌های آبی و

سفید استفاده می‌شود. هزینه 1cm^2 برچسب سفید ۳۰ تومان و هزینه 1cm^2 برچسب آبی ۱۰ تومان است.

(مشابه تمرین ۶ صفحه ۲۷ کتاب درسی) مجموع هزینه برچسب‌های سفید و آبی $34/000$ تومان شده باشد، x چقدر است؟

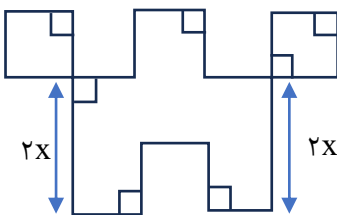


- ۱ ۸ ۲ ۱۰
۳ ۱۱ ۴ ۱۲

تست گرمی ۱۷: در شکل زیر تمام پاره‌خط‌ها به جز دو پاره‌خط مشخص شده در شکل برابر x است. اگر

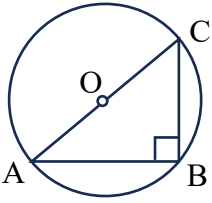
(فعالیت صفحه ۱۳ کتاب درسی)

اندازه مساحت شکل برابر با اندازه محیط آن باشد، مقدار x کدام است؟



- ۱ $\frac{13}{4}$ ۲ ۵
۳ $\frac{11}{4}$ ۴ ۶

در شکل زیر، اختلافات مساحت دایره به مرکز O و شعاع r با مساحت مثلث ABC برابر **تست ۱۸**



$64\pi - 64$ است. حاصل جمع مساحت دایره با مساحت مثلث کدام است؟

۱ $8(\pi+1)$ ۲ $64(\pi+1)$

۳ $16(\pi+1)$ ۴ $32(\pi+1)$

تیب ۳ نسبتی:

تست گرمی ۱۵: $\frac{3}{4}$ از نصف زمینی برای ساخت واحد مسکونی، $\frac{1}{3}$ باقیمانده از تمام زمین به عنوان حیاط و

بقیه زمین جهت کشاورزی در نظر گرفته شده است. اگر مساحت زمین در نظر گرفته شده جهت کشاورزی 400

(صفحه ۱۴ کتاب درسی)

مترمربع باشد. مساحت تمام زمین برحسب مترمربع کدام است؟

۱ 960 ۲ 720 ۳ 600 ۴ 540

تست گرمی ۱۶: با توجه به پیش‌بینی بازار آهن اصفهان، از روز شنبه هر روز تولید خود را دو برابر کرده است.

اگر مجموعه تولید این کارخانه تا روز چهارشنبه 248 هزار تن باشد، تولید این کارخانه در روز یکشنبه چند هزار

(مرتبط با صفحه ۱۴ کتاب درسی)

تن بوده است؟

۱ 16 ۲ 8 ۳ 32 ۴ 4



تست ۱۹ یک تولیدی پوشاک از روز شنبه، هر روز تولد خود را نسبت به روز قبل ۲ برابر می‌کند. اگر در پایان

روز پنجشنبه، مجموعه تولید این ۶ روز به ۱۵۷۵۰۰ واحد رسیده باشد، تولید روز سه شنبه چند واحد بوده است؟

۲۴۰۰۰ (۴)

۲۰۰۰۰ (۳)

۱۸۰۰۰ (۲)

۱۶۰۰۰ (۱)

تست ۲۰ یک شرکت خصوصی که ۱ مدیر، ۲ معاون و ۷ کارمند دارد. اگر حقوق هر کارمند، $\frac{2}{3}$ حقوق هر

معاون و حقوق معاون، $\frac{3}{5}$ حقوق مدیر است. اگر مجموع حقوق ماهانه این افراد، ۷۵ میلیون تومان باشد. حقوق هر

معاون چند میلیون تومان است؟

(آزمون آلا - سه ۲)

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷/۵ (۱)

فوت کوزه‌گری :



فوت اول: یک قالی باف حرفه‌ای در یک روز می‌تواند ۶۰۰۰ گره قالی ببافد. اگر این قالی باف ۵ روز در هفته

کار کند، برای اتمام این قالی چند هفته باید کار کند؟ (برای بافتن یک قالی ۸۴۰۰۰۰۰ گره قالی باید بافته شود).

۲۰۰ (۴)

۲۸۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

فوت دوم: پنج عدد زوج متوالی را در نظر می‌گیریم. اگر ۵ برابر مجموع سه عدد بزرگتر با ۲ برابر مجموع دو عدد کوچکتر مساوی باشد بزرگترین عدد کدام است؟

۳۶ (۴)

۳۴ (۳)

۳۲ (۲)

۳۰ (۱)

کوزه‌گری ۱: گاهی وقتها عبارتهایی در متن سوال دیده می‌شود که امکان داره یکم براتون گیج کننده باشه برای اینکه در مواجهه با این عبارات در تیپ تست‌هایی مانند تست بالا باید به قسمت زیر توجه کنید.

(۱) اگر اعداد طبیعی متوالی: مطرح بشن ← اون‌ها رو x و $x+1$ و $x+2$ و ... فرض می‌کنیم.

(۲) اگر اعداد طبیعی زوج یا فرد متوالی مطرح بشن ← اون‌ها رو x و $x+2$ و $x+4$ و ... فرض می‌کنیم. البته می‌تونیم اعداد زوج رو با $2x$ شروع کنیم.

فوت سوم: نرخ کرایه نوعی سواری برای هر کیلومتر مساحت، مبلغ ۱۵۰۰ ریال به اضافه ورودی ثابت ۶۰۰۰ ریال است. با پرداخت ۳۰۰۰۰ ریال، چند کیلومتر از این نوع سواری می‌توان استفاده نمود؟

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

فوت چهارم: از مستطیلی به ابعاد $4x+2$ و $9x+3$ مربعی با ضلع $6x$ برداشته‌ایم. مساحت شکل باقیمانده برابر ۶۶ است. عرض مستطیل اولیه کدام است؟

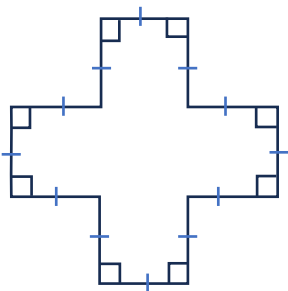
۳۰ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۰ (۱)

فوت پنجم: در شکل زیر، طول تمام پاره‌خط‌ها یکسان است. اگر عدد محیط، ربع عدد مساحت باشد، طول هر



پاره‌خط چند واحد است؟

۱ ۹/۲

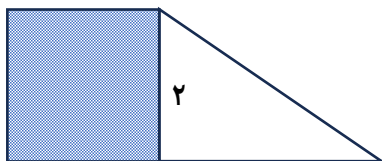
۲ ۹/۴

۳ ۹/۶

۴ ۹/۸

فوت آخر: در شکل زیر مساحت مربع از $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث به اندازه ۳ واحد مربع بیشتر است. مساحت ذوزنقه

(انسانی دافل ۱۴۰۱)



کدام است؟

۱ ۵


۲ ۵/۵

۳ ۶/۵

۴ ۷


معرفی معادله درجه دوم


معادله درجه دوم: هر معادله به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ که در آن $a \neq 0$ ضریب x^2 ، b ضریب x و c عدد ثابت است. معادله درجه دوم می‌باشد.


دوپینگ دوز ۱: با استفاده از مسئله‌های زیر معادله بنویسید. 

الف) عددی را بیابید که مربع آن از ۳ برابر خود آن یک واحد کمتر باشد.

ب) اضلاع یک مربع و یک مثلث متساوی الاضلاع برابرند. مجموع مساحت‌های آن‌ها برابر ۱۰۰ می‌باشد.

مهمه: اگر در یک مسئله مقدار یک ریشه مشخص شده باشد، می‌توان آن را به جای متغیر اصلی جایگذاری کرده و سپس مقدار مجهول دیگر را پیدا کرد. 

خیلی مهمه: ریشه‌های هر معادله در معادله صدق می‌کند. 

دوپینگ دوز ۲: اگر یکی از جواب‌های معادله $\frac{x^2 - 3}{2} - \frac{k}{3} = 2x$ برابر ۱- باشد، k را بدست آورید. 



(سنبش ۹۹)

تست گرمی ۱: اگر در معادله $\frac{kx}{2} - \frac{3}{4}x^2 = 1$ یکی از جواب‌ها برابر ۲ باشد k کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تست گرمی ۲: مجموعه جواب معادله $2x^2 - ax + 3 = 0$ به صورت $\{-1, \frac{-3}{4}\}$ می‌باشد، مقدار a کدام است؟ (کگو)

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۵ (۲)

۵ (۱)

راحت الحلقوم: (خاصیت‌هایی خوشمزه بین ضرایب معادله درجه ۲)

(۱) در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + b + c = 0$ (مجموع ضرایب صفر باشد) آنگاه دو ریشه معادله به صورت $x_2 = \frac{c}{a}, x_1 = 1$ است.

دوپینگ دوز ۱: ریشه‌های معادله $3x^2 - 4x + 1 = 0$ را به دست آورید. 

(۲) در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + c = b$ باشد، آنگاه دو ریشه معادله به صورت $x_2 = \frac{-c}{a}, x_1 = -1$ است.

دوپینگ دوز ۲: ریشه‌های معادله $-2x^2 + 3x + 5 = 0$ را به دست آورید. 

(مشابه کتاب درسی)

تست گرمی ۳: یکی از ریشه‌های معادله $6x^2 + 5x - 1 = 0$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴ $\frac{1}{6}$

(تالیفی)

تست گرمی ۴: اگر $x^2 + 2x - 3 = 0$ باشد، مجموعه جواب کدام است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴ $\{-1, 3\}$ $\{1, -3\}$

(تالیفی)

تست ۱ مجموعه جواب معادله $3x^2 + x - 2 = 0$ به صورت $\{-1, \frac{-b}{a}\}$ می‌باشد، b کدام است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴ $\frac{2}{3}$ $\frac{-5}{3}$ $\frac{-4}{3}$



(قلم‌پی ۹۶)

تست ۲ یکی از ریشه‌های معادله $ax^2 - (a-1)x - 1 = 0$ کدام است؟

- ۱ a
 ۲ $\frac{a-1}{a}$
 ۳ $-\frac{1}{a}$
 ۴ $-\frac{a}{a-1}$

(مهرماه)

تست ۳ اگر $x=1$ یکی از جواب‌های معادله $kx^2 + 2kx - 5k = 2$ باشد، مقدار k کدام است؟

- ۱ -۱
 ۲ ۱
 ۳ $\frac{1}{4}$
 ۴ $-\frac{1}{4}$

(کج ۱۴۰۰)


تست ۴ کدام یک از مقادیر زیر ریشه معادله $150x^2 - 2x - 148 = 0$ است؟

- ۱ $-\frac{2}{150}$
 ۲ $\frac{-148}{150}$
 ۳ $\frac{2}{150}$
 ۴ $\frac{148}{1450}$

حل معادله درجه دوم

معادلات درجه دوم را به روش‌های فاکتورگیری، اتحاد مربع تفاضل و مجموع دوجمله‌ای، اتحاد مزدوج و اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می‌کنیم تا به صورت $p \times q = 0$ درآید، سپس $p = 0$ یا $q = 0$ قرار می‌دهیم تا جواب یا همان ریشه‌ها پیدا شوند.

(۱) حل معادله درجه دوم به روش تجزیه (فاکتور صفر):

دوپینگ: معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید. 

الف) $3x^2 = 2x$

ب) $(x-1)^2 + (x+3)(x-1) = 0$

پ) $x^2 - 9 = 0$

ت) $(2x-1)^2 = 9$

ث) $x^2 - 4x + 4 = 0$

ج) $x^2 + 2x + 9 = 0$

چ) $x^2 - x - 56 = 0$

ح) $4x^2 - 10x + 6 = 0$





$$\text{خ) } x^4 - 12x^2 = 0$$

$$\text{د) } x^2(x-3) = 4(x-3)$$

(تالیفی)

تست گرمی ۵: جواب‌های معادله $4x^2 = -2x$ کدام است؟

۴ فقط $\frac{-1}{2}$

۳ صفر و $\frac{-1}{2}$

۲ فقط $\frac{1}{2}$

۱ صفر و $\frac{1}{2}$

(تالیفی)

تست گرمی ۶: جواب‌های معادله $x(x+2) - 3(x+2) = 0$ کدام است؟

۴ ۲ و ۳

۳ -۲ و -۳

۲ ۲ و -۳

۱ -۲ و ۳

(تالیفی)

تست گرمی ۷: مجموعه جواب‌های معادله $4(x-2)^2 - 9 = 0$ کدام است؟

۴ $\{\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\}$

۳ $\{\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\}$

۲ $\{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\}$

۱ $\{2, \frac{1}{2}\}$

(ماز-۱۴۰۱)

تست ۵ در معادله درجه دوم $x^2 - 6x - 16 = 0$ مجموع مربعات ریشه‌ها کدام است؟

۷۲ (۴)

۶۸ (۳)

۶۴ (۲)

۵۶ (۱)

تست ۶ معادله درجه دوم $x^2 + 5x + 6 = 0$ به صورت $(x - 2a)(x + 3b) = 0$ تجزیه می‌شود. مقدار ab

(مدارس برتر)

کدام است؟

$\frac{-2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

تست ۷ در تجزیه معادله $ax^2 - 12x - b = 0$ عبارت را به صورت $(3x - 2)^2 = 0$ نوشته‌ایم، مقدار $ax + b$

(۷ شه ۹-۱۴۰۱)

کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



تست ۸ در معادله درجه دوم $-ax^2 + ax - 6 = 0$ یکی از ریشه‌ها ۲- می‌باشد، فاصله دو ریشه چقدر

(تالیفی)

است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(فاج ۹۲)

تست ۹ تعداد جواب‌های حقیقی معادله $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

نوروبین 

اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ را به دو عبارت $(x - x_1)(x - x_2)$ تجزیه کنیم خواهیم داشت:


$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

برای بدست آوردن ریشه، هر عبارت را برابر صفر قرار می‌دهیم و x را می‌یابیم:

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1 \\ x - x_2 = 0 \rightarrow x = x_2 \end{cases}$$

حالا برعکس!

فرض می‌کنیم دو ریشه را داریم، می‌خواهیم از روی آن‌ها معادله درجه دوم بنویسیم؛ پس به صورت زیر عمل می‌کنیم:
ریشه‌ها را a و b در نظر می‌گیریم، در نتیجه دو عامل $(x-a)$ و $(a-b)$ را در هم ضرب می‌کنیم تا معادله درجه دوم را به دست می‌آوریم.

دوپینگ دوز ۱: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن -2 و 3 باشد. 

تست گرمی ۸: معادله درجه دومی که ریشه‌هایش $\frac{2}{3}$ و $-\frac{1}{4}$ باشند، کدام است؟ (امتحان نهایی)

۱ $6x^2 + x - 2 = 0$
 ۲ $6x^2 - x - 2 = 0$
 ۳ $x^2 - 3x + 2 = 0$
 ۴ $x^2 + 2x - 3 = 0$

تست ۱۰: قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادله $9x^2 + 3x - 2 = 0$ کدام است؟ (مشابه قلم‌پی - ۱۴۰۲)

۱ صفر
 ۲ ۱
 ۳ $1/5$
 ۴ ۲





نکته پاورقی:

$$|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

(انسانی ۷۹)


تست ۱۱ اعداد $\frac{1}{4}$ و -1 ریشه‌های کدام یک از معادلات زیر هستند؟


$$2x^2 - x - 1 = 0 \quad (4) \quad 2x^2 + x - 1 = 0 \quad (3) \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad (2) \quad 2x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (1)$$

۲) حل معادله درجه دوم به روش ریشه‌گیری (خاصیت ریشه زوج):

$$x = \pm\sqrt{k}$$

در این روش معادله را به صورت $x^2 = k$ درمی‌آوریم و از دو طرف جذر می‌گیریم، پس

مهمه: در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $b = 0$ باشد (یعنی در معادله x نوشته باشم) و a و c مختلف علامت باشند دو ریشه قرینه خواهیم داشت. 

دوپینگ دوز ۱: هر یک از معادلات زیر را به روش ریشه زوج حل کنید. 

$$x^2 + 4 = 0 \text{ (الف)}$$

ب) $(x-1)^2 - 9 = 0$

پ) $(2x+1)^2 - 16 = 0$

ت) $(x+1)^2 - (3x-2)^2 = 0$

ث) $x^2 + 2x + 1 = 4$

ج) $3x^2 - 15 = 0$

چ) $x^2 - 100 = 0$

ح) $2x^2 - 8 = 0$

خ) $5x^2 + 125 = 0$





$$د) 25(3-x)^2 - 64 = 0$$

نوروبین

گاهی اوقات درست راست معادله به جای عدد یک عبارت شامل x داریم؛ در اینگونه معادلات پس از جذر گرفتن از دو طرف، به سمت راست علامت‌های $+$ و $-$ رو نسبت می‌دیم:

$$A^2 = B^2 \rightarrow A = \pm B$$

(مدارس برتر)

تست گرمی ۹: مجموع جواب‌های معادله $(2x-3)^2 - (x+4)^2 = 0$ کدام است؟

$$\frac{20}{3} \quad \text{④}$$

$$\frac{17}{3} \quad \text{③}$$

$$\frac{12}{5} \quad \text{②}$$

$$\frac{9}{5} \quad \text{①}$$

(تألیفی)

تست گرمی ۱۰: جواب‌های معادله $2x^2 - 6 = 0$ متعلق به چه مجموعه‌ای است؟

$$\text{اصم} \quad \text{④}$$

$$\text{گویا} \quad \text{③}$$

$$\text{صحیح} \quad \text{②}$$

$$\text{حسابی} \quad \text{①}$$

یادآوری مجموعه‌ها: 

مجموعه اعداد حسابی :

مجموعه اعداد صحیح :

مجموعه اعداد گویا :

مجموعه اعداد گنگ یا اصم :

مجموعه اعداد طبیعی :

مجموعه اعداد فرد :

مجموعه اعداد زوج :

(تالیفی)

تست گرمی ۱۱: ریشه‌های معادله $x^2 - 16 = 0$ چگونه است؟

۲ دو ریشه قرینه

۱ دو ریشه مختلف علامت

۴ ریشه ندارد

۳ یک ریشه



یادآوری:



اعداد قرینه

اعداد معکوس

اعداد مختلف العلامت

تست ۱۲ برای حل معادله درجه دوم $(9x-7)^2=1$ از خاصیت ریشه زوج استفاده نموده‌ایم، یکی از

(سنجش ۱۴۰۱)

جواب‌های این معادله کدام است؟

$\frac{9}{8}$ ۴

$\frac{2}{3}$ ۳

$\frac{7}{10}$ ۲

$\frac{1}{4}$ ۱

(تالیفی)

تست ۱۳ اگر مجموع ریشه‌های $(2x-a)^2=7$ برابر ۶- باشد، مقدار a کدام است؟

۷ ۴

۶ ۳

-۷ ۲

-۶ ۱

تستی ۱۴ در حل معادله $ax^2 + c = 0$ به روش ریشه زوج در چه حالتی دو ریشه قرینه داریم؟ (تالیفی)

- ۱) c منفی ۲) a مثبت ۳) a و c هم علامت ۴) a و c مختلف علامت

تستی ۱۵ به ازای کدام مقدار m معادله $(m-4)x^4 + (m^2-9)x - m = 0$ دارای دو ریشه قرینه

(جامع سنپش)

است؟

- ۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) -۳

۳) حل معادله درجه دوم به روش کلی (دلتا Δ)

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به عبارت $b^2 - 4ac$ ، دلتا یا مبین گفته می‌شود و آنرا با علامتی شبیه مثلث Δ نشان می‌دهیم. ریشه‌ها در این روش از رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

براساس علامت Δ سه حالت برای ریشه‌های معادله درجه دوم داریم:

۱) اگر Δ مثبت باشد (یعنی $\Delta > 0$) معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز دارد:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$



۲) اگر Δ برابر صفر باشد (یعنی $\Delta = 0$) معادله دو ریشه یکسان یا به عبارتی یک ریشه مضاعف دارد:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

کاربردیه: در صورتی که $\Delta = 0$ باشد، معادله درجه دوم به صورت اتحاد مربع دو جمله‌ای نوشته می‌شود

$$(x+k)^2 = 0 \text{ و ریشه مضاعف } x = -k \text{ خواهد بود.}$$

۳) اگر Δ منفی باشد (یعنی $\Delta < 0$) معادله ریشه حقیقی ندارد.

چرا؟

جمع بندی وضعیت ریشه‌ها و دلتا

دلتا (Δ)	وضعیت ریشه‌ها	مقدار ریشه
$\Delta > 0$		
$\Delta = 0$		
$\Delta < 0$		

در گوشه

قبل از بدست آوردن یا بررسی دلتا حتماً معادله رو استاندارد کنید.

معادله استاندارد یعنی چی؟

دوپینگ دوز ۱: هر یک از معادلات زیر را به روش کلی حل کنید.

الف) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

ب) $2x^2 + x - 1 = 0$

پ) $-3x^2 + 2x - 4 = 0$

ت) $3x(x-1) = x^2 + 2(x+1)$

(تالیفی)

تست گرمی ۱۲: ریشه‌های معادله $x^2 - x - 1 = 0$ متعلق به چه مجموعه‌ای از اعداد است؟

Q^c ۴

Q ۳

Z ۲

N ۱

(تالیفی)

تست گرمی ۱۳: معادله $(x+2)(x+1) = x(1-x)$ دارای

۲) یک ریشه است

۱) دو ریشه متمایز منفی است

۴) دو ریشه مختلف علامت است.

۳) ریشه حقیقی نیست



(قلم‌پی، تک درس ۱۴۰۲)

تست گرمی ۱۴: اگر $a - 1 \neq 0$ باشد، معادله $ax^2 + 4 = x^2 + 4a$ چند جواب دارد؟

 ۴ جواب ندارد

 ۳ بی شمار

 ۲

 ۱

(تالیفی)

تست گرمی ۱۵: معادله درجه دوم $(a^2 + 1)x^2 - 2ax - 1 = 0$ همواره

 ۲ دو ریشه دارد

 ۱ بی شمار ریشه دارد

 ۴ ریشه ندارد

 ۳ یک ریشه مضاعف دارد

(کاکو)

تست گرمی ۱۶: کدام معادله دارای ریشه مضاعف است؟

 ۴ $x^2 = 4x - 4$
 ۳ $4x^2 + 1 = 2x$
 ۲ $x^2 - 2x = 1$
 ۱ $x^2 = -x + 2$

تست گرمی ۱۷: اگر در معادله $x^2 + ax - 6a = 0$ یکی از ریشه‌های $x = 2$ باشد. ریشه دیگر کدام

است؟

(نمونه دولتی)

 ۴ -۳

 ۳ ۳

 ۲ -۱

 ۱ ۱

بحث در تعداد و نوع ریشه‌های معادله درجه دوم

(فارج ۹۶)

تست ۱۶ ریشه مضاعف معادله $mx^2 - 3x - 4 = 0$ کدام است؟

- ۱ $-\frac{8}{3}$
 ۲ $\frac{8}{3}$
 ۳ $-\frac{2}{3}$
 ۴ $+\frac{2}{3}$

(moniaz)

تست ۱۷ معادله $2x^2 - 6x + c = 0$ دارای ریشه مضاعف k است. مقدار ck کدام است؟

- ۱ $\frac{27}{4}$
 ۲ $-\frac{27}{4}$
 ۳ $\frac{27}{3}$
 ۴ $-\frac{27}{2}$

(پرتکرار)

تست ۱۸ به ازای چه مقدار از m معادله $(m-4)x^2 - 3x + 1 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد؟

- ۱ $m > \frac{25}{4}$
 ۲ $m > 10$
 ۳ $m < \frac{25}{4}$
 ۴ $m < 10$

تست ۱۹ معادله $x^2 - 10x + 2k = 0$ دارای ریشه مضاعف است. معادله $x^2 - x + k - 10 = 0$ چند ریشه

(کج ۱۴۰۱)

دارد؟

- ۱ صفر
 ۲
 ۳
 ۴



تست ۲۰ معادله درجه دوم $(m-1)x^2 - 4x + 1 = 0$ دارای دو ریشه متمایز است. مقدار m کدام عدد

(فارج ۹۷)

می تواند باشد؟

۴ ۴ + $\sqrt{2}$

۳ $\sqrt{2} + 2$

۲ $3 + \sqrt{5}$

۱ ۵

(فارج ۹۱)

تست ۲۱ به ازای کدام مقدار a معادله $3x^2 + ax - 3 = 0$ دو جواب حقیقی متمایز دارد؟

۴ فقط $a > 6$

۳ فقط $a = \pm 6$

۲ هیچ مقدار a

۱ هر مقدار a

تست ۲۲ اگر معادله $\frac{x^2 - a}{x + 3} = 2x - 1$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، محدوده تغییرات a کدام

(سراسری فارج ۱۳۰۰)

می تواند باشد؟

۴ $a > \frac{37}{4}$

۳ $a < \frac{37}{4}$

۲ $a > 9$

۱ $a < 9$

تست ۲۳ اگر معادله $(x+a+2)(x-a) + a^2 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد. مقدار a چقدر است؟ (تالیفی)

۴ ۱

۳ $\frac{1}{2}$

۲ -۱

۱ $-\frac{1}{2}$

۴) حل معادلات به روش تغییر متغیر:

اگر در یک معادله عبارتی مشابه تکرار شده باشد. این عبارت تکرار شونده را برای A یا t یا P در نظر می‌گیریم تا معادله اولیه به یک معادله ساده‌تر تبدیل شود. معادله جدید را براساس متغیر جدید حل می‌کنیم و مجدد متغیرهای جدید را مساوی عبارت تکرار شونده قرار می‌دهیم تا مجهول اولیه به دست آید.

(مهرماه)

تست گرمی ۱۸: یکی از جواب‌های معادله $3(2x-1)^2 - (2x-1) - 2 = 0$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{6}$
 ۲ $\frac{-2}{3}$
 ۳ $-\frac{3}{5}$
 ۴ $\frac{1}{2}$

(گزینه‌ش ۷۹)

تست گرمی ۱۹: معادله $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱
 ۲
 ۳
 ۴

(کنکور سراسری)

تست ۲۴: در معادله $(x-1)^2 + 2\sqrt{3}(x-1) = 6$ بزرگترین جواب x کدام است؟

- ۱ $4 - \sqrt{3}$
 ۲ $2 - \sqrt{3}$
 ۳ $\sqrt{3}$
 ۴ $2\sqrt{3}$





(گزینه دو - ۹۸)

تست ۲۵ در معادله درجه دوم $3(1-2x)^2 + (1-2x) - 2 = 0$ ریشه کوچکتر کدام است؟

۴ $\frac{1}{6}$

۳ $\frac{2}{3}$

۲ ۱

۱ -۱

(مهرماه)

تست ۲۶ معادله $x^4 - x^2 - 12 = 0$ چند ریشه دارد؟

۴ ریشه مضاعف دارد

۳ دو ریشه قرینه

۲ ریشه ندارد

۱ ۴

(فارج ۹۳)

تست ۲۷ تعداد جواب‌های معادله $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$ کدام است؟

۴ ۴

۳ ۲

۲ ۱

۱ صفر

ساختن معادله درجه دوم

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها

در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $\Delta > 0$ یا $\Delta = 0$ باشند، با استفاده از روابط زیر، بدون بدست آوردن ریشه‌ها می‌توان مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را تعیین کرد:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$S = x_1 + x_2 = \text{مجموع ریشه‌ها}$$

$$p = x_1 \times x_2 = \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$$

دوپینگ دوز ۱: بدون حل معادلات مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را در هر مورد بدست آورید.

الف) $-2x^2 + 4x + 8 = 0$

ب) $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{6}x - \sqrt{8} = 0$

تست گرمی ۲۰: در معادله درجه دوم $-3x^2 - kx + 1 = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر $\frac{1}{4}$ است. در مورد معادله

(فارج ۹۹)

$x^2 + 2kx - 2 = 0$ کدام گزینه صحیح است؟

۱ ریشه حقیقی ندارد.

۲ دو ریشه با علامت‌های مختلف دارد.

۳ دو ریشه مثبت دارد.

۴ دو ریشه منفی دارد.

تست گرمی ۲۱: اگر $x=1$ یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $5x^2 - 3x + k = 0$ باشد، ریشه

(کتکور سراسری)

دیگر آن کدام است؟

۴ $0/4$

۳ $0/3$

۲ $-0/3$

۱ $-0/4$



تست گرمی ۲۲: به ازای یک مقدار m ، ریشه‌های معادله $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$ معکوس یکدیگرند

(فارج ۹۵)

مجموع این دو ریشه کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

-۱/۵ (۱)

تست ۲۸ در معادله $x^2 - (b-2)x + 2b = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر ۱۰ می‌باشد، ریشه بزرگتر کدام است؟

(تکاور سراسری)

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

تست ۲۹ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $2x^2 - 6x + m - 5 = 0$ بوده و رابطه $x_1 + 2x_2 = 5$ بین آنها برقرار

(تکاور سراسری)

باشد، مقدار m کدام است؟

۸ (۴)

-۶ (۳)

۳ (۲)

۹ (۱)

تست ۳۰ در معادله درجه دوم $2x^2 + ax + 4 = 0$ به ازای یک مقدار a ، مجموع دو ریشه حقیقی معادله

(فارج ۹۰)

است $-\frac{9}{2}$. ریشه بزرگتر کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{2}$ (۱)

(دافل ۹۱)

تست ۳۱ جواب‌های کدام معادله به صورت $\frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$ است؟

۱ $x^2 + 2x - 1 = 0$
 ۲ $4x^2 - 8x + 1 = 0$
 ۳ $2x^2 - 2x + 1 = 0$
 ۴ $4x^2 - 2x + 1 = 0$

(دافل ۹۶)

تست ۳۲ یکی از جواب‌های معادله $2x^2 - ax + 28 = 0$ برابر ۴- است. جواب دیگر معادله کدام است؟

۱ $3/5$
 ۲ $-3/5$
 ۳ $2/5$
 ۴ $-2/5$

تست ۳۳ در معادله درجه دوم $6x^2 + (k+1)x + k = 0$ اگر مجموع دو ریشه $\frac{1}{6}$ باشد، ریشه

(دافل ۹۴)

مثبت کدام است؟

۱ $\frac{1}{2}$
 ۲ $\frac{2}{3}$
 ۳ 1
 ۴ $\frac{4}{3}$

تست ۳۴ در معادله $2x^2 + kx + 1 - k = 0$ اگر حاصل ضرب دو ریشه برابر ۵ باشد، ریشه بزرگتر

(قاج ۹۴)

کدام است؟

۱ $2/5$
 ۲ 3
 ۳ 4
 ۴ 5





تست ۳۵ در معادله درجه دوم $2x^2 + (m+1)x - 12 = 0$ مجموع دو ریشه $\frac{5}{4}$ می‌باشد، ریشه مثبت کدام

(دافل ۹۷)

است؟

۶ ۴

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

تست ۳۶ در معادله درجه دوم $3x^2 + 7x - 2m + 2 = 0$ حاصل ضرب دو ریشه -2 می‌باشد، ریشه بزرگتر

(فارج ۹۷)

کدام است؟

۲ ۴

۱ ۳

$\frac{4}{3}$ ۲

$\frac{2}{3}$ ۱

تست ۳۷ هر دو ریشه معادله $(2a+1)x^2 - 4ax + 2a - 1 = 0$ مثبت هستند. A کدام مقدار می‌تواند باشد؟ (تیر ۱۴۰۳)

$\frac{3}{8}$ ۴

$-\frac{2}{3}$ ۳

$-\frac{3}{10}$ ۲

$\frac{1}{4}$ ۱

نوروبین: 

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، روابط بین این ریشه‌ها به صورت زیر است:

A) $p =$

B) $S =$

C) $\alpha^2 + \beta^2 =$

D) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$

E) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} =$

F) $\alpha^3 + \beta^3 =$

G) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 =$

H) $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \rightarrow$ قدر مطلق تفاضل دو ریشه

دوپینگ دوز ۱: در معادله $3x^2 - 6x - 2 = 0$ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های آن باشند، هر یک از مقادیر زیر را

بدست آورید.

الف) تفاضل دو ریشه

ب) مجموع مکعبات دو ریشه

ج) مجموع معکوس دو ریشه

د) مجموع مربعات دو ریشه



(تالیفی)

تست گرمی ۲۳: در معادله $-2x^2 + 4x + 4 = 0$ مقدار $x_1 x_2 - 4x_1 - 4x_2$ کدام است؟

- ۱) -۸ ۲) -۶ ۳) -۱۰ ۴) ۲

تست گرمی ۲۴: اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 5x + 3 = 0$ باشند، حاصل عبارت تعریف شده

$$\frac{\alpha^2 - 5\alpha + 2}{2\beta(\beta - 5)}$$

کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $-\frac{1}{6}$ ۳) ۳ ۴) -۳

تست ۳۸: اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 3 = 0$ و $a > 0$ باشد، حاصل $|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta|$

(انسانی ری ۱۴۰۱)

کدام است؟

- ۱) $2\alpha + 3\beta$ ۲) $-2\alpha - 3\beta$ ۳) $-\beta$ ۴) β

تست ۳۹: هر دو ریشه معادله $ax^2 + (1-a)x + 1 - 2a = 0$ منفی هستند. a کدام مقدار زیر

(انسانی فارح ۱۴۰۱)

می‌تواند باشد؟

- ۱) $-\frac{7}{4}$ ۲) $\frac{5}{6}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

تست ۴۰ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $2x^2 - 8x + 1 = 0$ باشند، مقدار $x_1x_2 + x_1^2x_2$

(منیاز moniaz)

کدام است؟

۴ -۲

۳ ۲

۲ -۴

۱ ۴

تست ۴۱ ضرایب معادله $2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$ صحیح هستند. اگر به ازای مقدار k ، حاصل ضرب

(دی ۱۴۰۱)

ریشه‌ای این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟

۴ ۲۸

۳ ۷

۲ ۵

۱ ۴

نکته

♦ ساختن معادله درجه دوم با داشتن ریشه‌ها:

روش اول: با داشتن ریشه‌های x_1 و x_2 یک معادله درجه دوم، با ضرب پرانتزهای مقابل به معادله

درجه دو می‌رسیم:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

روش امیری زاسیون: با داشتن ریشه‌های x_1 و x_2 ابتدا $S = x_1 + x_2$ (مجموع ریشه‌ها) و $P = x_1 \times x_2$ (ضرب

ریشه‌ها) را به دست می‌آوریم، سپس S و P را در این رابطه قرار می‌دهیم:

$$x^2 - Sx + P = 0$$



دوپینگ: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن به صورت زیر باشد:

الف) $1 \pm \sqrt{5}$

ب) $\frac{2}{3}, \frac{-1}{4}$

تست گرمی ۲۵: کدام معادله زیر، دارای ریشه‌های $\frac{3 \pm \sqrt{2}}{5}$ است؟

۲) $25x^2 + 30x - 7 = 0$

۱) $x^2 - 5x + 7 = 0$

۴) $x^2 + 5x - 7 = 0$

۳) $25x^2 - 30x + 7 = 0$

کاربردهای معادله درجه دوم در حل مسائل توصیفی

همون همیشگیه فقط اینبار قراره به یه معادله درجه دو برسید!

تیپ ۱ توصیفی: باید زبان فارسی رو به نمادهایی از ریاضی تبدیل کنید و مقدار مجهول (X) رو به دست بیارین.

دوپینگ دوز ۱: مجموع مربع عددی با نصف آن عدد، از ثلث آن عدد ۲ واحد بیشتر است. آن عدد کدام

است؟ (راهنمایی: $\sqrt{289} = 17$)

(روح کتاب درسی)

دوپینگ دوز ۲: معادله درجه دومی بنویسید که $x=2$ ریشه مضاعف آن باشد.



دوپینگ دوز ۳: در معادله $(x-1)^2 = m$:

الف) جواب این معادله را در صورت وجود به ازای $m=2$ و $m=4$ و $m=0$ و $m=-9$ به دست آورید.

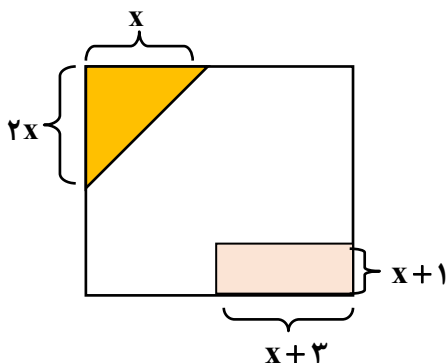
ب) به ازای چه مقادیری از m معادله ریشه مضاعف دارد؟

پ) به ازای چه مقادیری از m معادله دو ریشه حقیقی دارد؟

ت) به ازای چه مقادیری از m معادله ریشه حقیقی ندارد؟

تیپ ۲ توصیفی - هندسی: بیان اطلاعات مسئله‌ای هندسی به زبان فارسی و پیدا کردن جزئی از آن.

تست گرمی ۲۶: در شکل مقابل طول ضلع مربع ۶ واحد است. اگر مساحت قسمت سفید ۲۷ واحد باشد



مساحت مستطیل کدام است؟

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۱۰

تست گرمی ۲۷: محیط مربعی به قطر $3\sqrt{2}$ کدام است؟

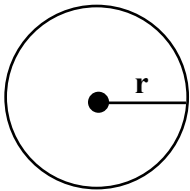
۶ (۴)

۱۸ (۳)

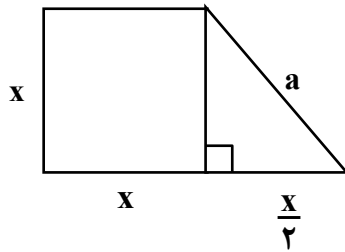
۹ (۲)

۱۲ (۱)

تست ۴۲: طبق شکل مجموع مساحت‌های دوزنقه و دایره برابر ۳۶ است. مقدار a چقدر است؟ (سبش ۱۳۰)



$$r = \frac{x}{\sqrt{a}}$$



$\sqrt{5}$ (۱)

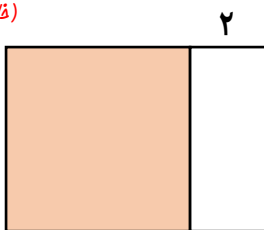
$2\sqrt{5}$ (۲)

$1 + \sqrt{5}$ (۳)

$1 - 2\sqrt{5}$ (۴)

تست ۴۳: در شکل مقابل مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل بزرگتر، ۱۸ واحد بیشتر است. محیط مستطیل بزرگتر کدام است؟

(فارج ۹۹)



۴۴ (۱)

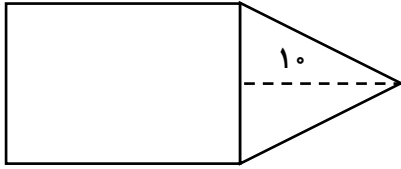
۴۸ (۲)

۵۲ (۳)

۵۴ (۴)

تست ۴۴ در شکل مقابل، مساحت مثلث متساوی الساقین از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{8}{3}$ واحد کمتر است.

(دافل ۹۹)



مساحت مثلث کدام است؟

۳۰ ۱

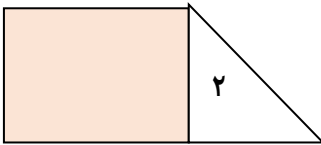
۳۵ ۲

۴۰ ۳

۴۵ ۴

تست ۴۵ در شکل مقابل مساحت مربع از $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث به اندازه ۳ واحد مربع بیشتر است. مساحت

(دافل ۱۴۰۱)



ذوزنقه کدام است؟

۵/۵ ۲

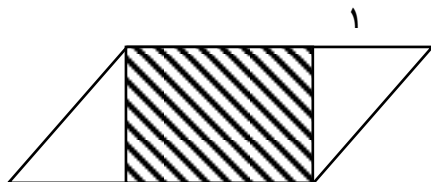
۵ ۱

۷/۴ ۴

۶/۵ ۳

تست ۴۶ در شکل مقابل، مساحت مربع هاشور خورده از $\frac{3}{4}$ مساحت یکی از مثلث‌ها به اندازه $\frac{27}{32}$ واحد

(فارج ۱۴۰۱)



مربع بیشتر است. اندازه قاعده متوازی الاضلاع، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ ۲

$\frac{9}{8}$ ۱

$\frac{5}{2}$ ۴

$\frac{17}{8}$ ۳



تست ۴۷ اگر $x+4$ و $x+2$ و x اضلاع یک مثلث قائم الزاویه باشند، مساحت مثلث کدام است؟

(منیاز moniaz)

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

تست ۴۸ رضا و علی به ترتیب در دو شهر A و B ساکن هستند. رضا برای رفتن به شهر B در مسیر اول، ۱۴ کیلومتر را در جهتی می‌پیماید که با طی کردن ۷ کیلومتر در مسیر دوم و عمود بر مسیر اول به نقطه C برسد. نهایتاً با پیمایش ۹ کیلومتری عمود بر مسیر دوم به شهر B می‌رسد. علی برای رفتن به شهر A تصمیم دارد ابتدا a کیلومتر به سمت شمال و به همان اندازه به سمت غرب پیماید. در مجموع دو نفر کمترین مسافت را طی می‌کنند. مقدار a کدام است؟

(تیر ۱۴۰۲)

۲۳ (۴)

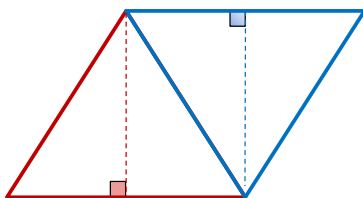
۲۱ (۳)

۱۷ (۲)

۱۵ (۱)

تست ۴۹ در شکل زیر که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی‌الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم‌الزاویه ۳ واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟

(اردیبهشت ۱۴۰۳)



۲ (۱)

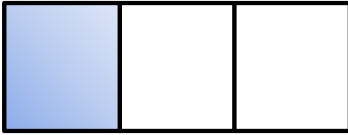
$\sqrt{2}$ (۲)

۳ (۳)

$\sqrt{3}$ (۴)

تست ۵۰ در شکل زیر مستطیل بزرگ از ۳ مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از

$\frac{2}{3}$ مساحت یکی از مربع‌ها ۱۴ واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟ (تیر ۱۴۰۳)

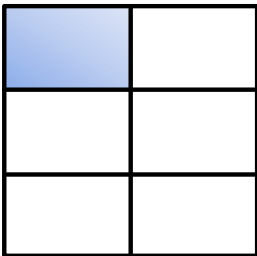


- ۱ $2\sqrt{6}$ ۲ $\sqrt{6}$
 ۳ $2\sqrt{3}$ ۴ $\sqrt{3}$

تست ۵۱ در شکل زیر از کنار هم قرار گرفتن ۶ مستطیل یکسان یک مربع ساخته شده است. اگر مساحت

هر مستطیل از $\frac{1}{3}$ مساحت مربع ۶ واحد کمتر باشد، اختلاف طول و عرض کوچک‌ترین مستطیل

کدام است؟ (انسانی تیر ۱۴۰۳ - قارج)



- ۱ ۱ ۲ ۲
 ۳ $1/5$ ۴ $2/5$

تست ۵۲ می‌خواهیم دور تا دور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن دو برابر عرض آن است را حصار

بکشیم به طوریکه بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشود. اگر مساحت زمین محصور شده $1 + \frac{1}{18}\pi$

برای بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟ (۱۴۰۲ نوبت اول)

- ۱ ۸ ۲ ۶ ۳ ۴ ۴ ۳



تیپ ۳ - مسائل سود: در مسائل اقتصادی اگر x مقدار یا تعداد محصول باشد، سه تابع مهم زیر تعریف میشوند:

(۱) تابع درآمد: $R(x)$ درآمد حاصل از فروش x واحد کالا می‌باشد.

(۲) تابع هزینه: $C(x)$ هزینه تولید x واحد کالا

(۳) تابع سود: $P(x)$ سود حاصل از فروش x واحد کالا

حالا اگر p قیمت فروش محصول و x تعداد محصول باشد، تابع درآمد برابر است با:

$$۱) R(x) = x \times p$$

$$۲) P(x) = R(x) - C(x) \rightarrow \text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه}$$

نوروبین

نقطه سر به سر، میزانی از تولید یک بنگاه اقتصادی را نشان می‌دهد که در آن میزان هزینه‌ها با میزان درآمدها برابر می‌شود پس نه سود داریم و نه ضرر!

مهمه: میزان سود از کوچکترین ریشه معادله درجه دوم تا ریشه بعدی خواهد بود.

دوپینگ دوز ۱: تابع سود شرکتی به صورت $P(x) = -x^2 - 2x + 15$ می‌باشد. به ازای تولید چند واحد

کالا سود شرکت صفر خواهد بود؟

دوپینگ دوز ۲: تابع درآمد شرکتی به صورت $R(x) = -x^2 + 6x - 5$ می باشد، به ازای تولید چند مقدار این شرکت درآمد خواهد داشت؟

تست گرمی ۲۸: تابع درآمد نوعی کالا $R(x) = 6x - x^2$ و تابع هزینه تولید همان کالا $C(x) = x + 4$ می باشد. به ازای تولید چند واحد کالا به نقطه سر به سر خواهیم رسید؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

تست گرمی ۲۹: در یک کارخانه هزینه ثابت اولیه ۱۲ و هزینه تولید هر کالا ۳ می باشد. اگر x تعداد کالا و p قیمت فروش هر کالا باشد، رابطه $x = 8 - 2p$ برقرار است. معادله سود کدام است؟

- ۱) $P(x) = -2x^2 - x + 12$ ۲) $P(x) = \frac{-1}{2}x^2 - x + 12$
۳) $P(x) = -2x^2 + x - 12$ ۴) $P(x) = -\frac{x^2}{2} + x - 12$

تست گرمی ۳۰: تابع درآمندی به صورت $R(x) = 7x - x^2$ و تابع هزینه آن $C(x) = 12 - x$ می باشد. پس از تولید چند واحد کالا به سود می رسیم؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵



تست ۵۳ یک شرکت تولیدی هر واحد کالای خود را ۲۰۵ ریال می‌فروشد و $C(x) = x^2 + 2x + 600$ تابع

هزینه x واحد از این نوع کالا بر حسب ریال است. اگر تولید این شرکت در یک روز به بیشترین مقدار نقطه سر

به سر برسد، درآمد شرکت چند هزار ریال است؟ (دافل ۱۴۰۱)

۱۱/۴

۲۶

۴۱

۴۲/۲

تست ۵۴ یک شرکت روزانه ۷۲۰/۰۰۰ ریال برای تولید یک نوع کالا هزینه می‌کند. اگر

$R(x) = 2200x + 10x^2$ تابع درآمد روزانه شرکت حاصل از فروش x واحد از همین کالا باشد، نقطه سر به سر

کدام است؟ (قارج ۱۴۰۱)

۸۰

۱۸۰

۴۰۰

۹۰۰

تست ۵۵ تابع درآمدی شرکت به ازای تولید x واحد از یک کالای مصرفی به صورت

$R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8x$ و تابع هزینه آن به صورت $C(x) = 4x + b$ است. اگر فاصله دو نقطه سر به سر تابع سود

این شرکت ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار b کدام است؟ (دافل ۱۴۰۰)

۸

۷

۶

۵

تست ۵۶ فرض کنید تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x محصول از یک کالا به صورت

$$R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 30x \text{ و } C(x) = ax + 18 \text{ تابع هزینه به صورت}$$

(فارج ۱۴۰۰)

تولید ۹ واحد کالا باشد، مقدار a کدام است؟

۴ -۳۹

۳ -۲۱

۲ ۱۸

۱ ۲۱

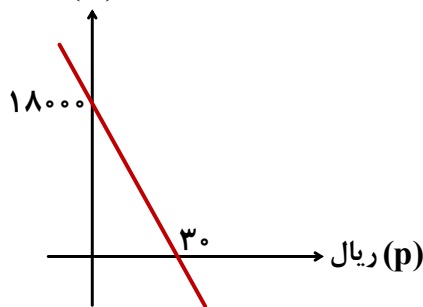
تست ۵۷ نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد.

اگر هزینه تولید هر واحد از این کالا ۲۵ ریال و هزینه اولیه ۱۸ هزار ریال باشد، بنگاه این کالا را با چه قیمتی

(تیر ۱۴۰۳)

بفروشد تا بیشترین سود را به دست آورد؟

تعداد (N)



۲ ۳۲/۵

۱ ۳۵

۴ ۲۷/۵

۳ ۳۰

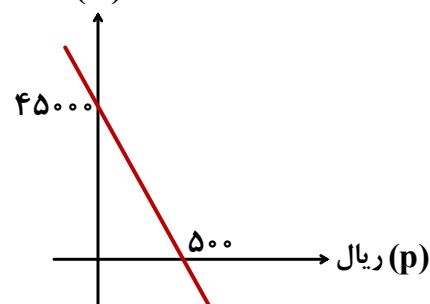
تست ۵۸ نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد.

اگر هزینه تولید هر واحد از این کالا ۲۰ ریال و هزینه اولیه ۴۵ هزار ریال باشد، بنگاه برای به دست آوردن

(انسانی تیر ۱۴۰۳ - فارج)

بیشترین سود، این کالا را باید چند ریال بفروشد؟

تعداد (N)



۲ ۲۷۰

۱ ۲۹۰

۴ ۲۴۰

۳ ۲۶۰



حل معادلات گویا

یادآوری عبارت گویا

از تقسیم دو چند جمله‌ای بر هم، عبارت گویا ساخته می‌شود.

$$\text{مانند: } \frac{1}{x-5} \text{ و } \frac{x-5}{4x^2-1} \text{ و } \frac{1}{2x^2-4x} \dots$$

حواس جمع! عبارت‌هایی مانند $\frac{\sqrt{x}-1}{2x+1}$ و $\frac{|x+5|}{4x^2-6}$ و $\frac{\frac{1}{x^2}-2}{x^2}$ عبارت گویا نیستند. زیرا متغیر نباید

یا باشد. همچنین توان متغیر نباید یا باشد.

۱) اگر در معادلات عبارت‌های گویا فقط یک کسر در سمت چپ و یک کسر در سمت راست وجود داشته باشد، با

طرفین وسطین، معادله حاصل را حل می‌کنیم. لازم به ذکر است جواب بدست آمده نباید منجر کسر را صفر کند.

$$\text{I) } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \times d = b \times c$$

$$\text{II) } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 0 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-c}{d} \rightarrow ad = b \times (-c)$$

$$\text{III) } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = 0 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \times d = b \times c$$

دوپینگ دوز ۱: معادلات گویای زیر را حل کنید.



الف) $\frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+3}$

ب) $\frac{x-1}{2x} = \frac{3}{x+4}$


$$ج) \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$د) \frac{7}{x-4} - \frac{5}{x-2} = 0$$

$$ه) \frac{x-3}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{18}{x^2-9}$$

$$د) \frac{x}{10} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{2x-2}$$

$$ز) \frac{x-2}{x-5} + \frac{x-1}{x+4} = \frac{x^2-6x+5}{x^2-x-20}$$

دوپینگ دوز ۲: به ازای چه مقدار از k معادله $\frac{2x-3}{5x} = \frac{2}{kx} - \frac{x}{15k}$ دارای جواب $x=3$ است. 

(روح کتاب درسی)





تست گرمی ۳۱: معادله $1 + \frac{1}{x^2} = \frac{4}{x}$ چند ریشه دارد؟

- ۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

$$\frac{x^2 + 3}{x + 1} = x + 1$$

تست گرمی ۳۲: تعداد ریشه‌های معادله مقابل کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

تست گرمی ۳۳: به ازای کدام مقدار، تساوی $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = 1$ برقرار است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) جواب ندارد

روشن همه:

روشن امیری زاسیون:

۲) اگر در معادلات گویا دو یا چند کسر داشته باشیم، در این حالت تمام مخرجها، را تجزیه می کنیم و بین مخرج ک.م.م (کوچکترین مضرب مشترک) می گیریم و کل معادله را در آن ضرب می کنیم تا تمام مخرجها از بین بروند. پس معادله را حل می کنیم.

دوپینگ دوز ۳: معادله مقابل را حل کنید.

$$\frac{x+2}{x+3} - \frac{x^2}{x^2-9} = 1 - \frac{x-1}{3-x}$$

(سراسری ۹۹)

تست ۵۹ مجموع ریشه های معادله $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

۱۲

۶

۴

-۴

(فارج ۹۹)

تست ۶۰ قدر مطلق تفاضل ریشه های معادله $\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

۵/۵

۵

۴/۵

۴

تست ۶۱ اگر عبارت های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب های معادله $\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2$

(سراسری ۱۴۰۰)

کدام است؟

$\frac{7}{3}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}$

-۱



تست ۶۲ اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله

(فارج ۱۴۰۰)

$$\frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1$$

کدام است؟

- ۱ صفر ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ ۱ ۴ $\frac{3}{2}$

(سراسری ۹۰)

تست ۶۳ ریشه بزرگتر معادله کسری $\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3$ کدام است؟

- ۱ $\frac{-1}{2}$ ۲ $\frac{-1}{5}$ ۳ $\frac{1}{5}$ ۴ $\frac{1}{2}$

(سراسری ۹۲)

تست ۶۴ در معادله $\frac{x^2}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x$ تفاضل معکوس جواب از خودش کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{4}$ ۲ $\frac{3}{2}$ ۳ $\frac{7}{4}$ ۴ $\frac{5}{2}$

(سراسری ۱۴۰۱)

تست ۶۵ حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3} = 2$ کدام است؟

- ۱ -۱۸ ۲ $-\frac{6}{5}$ ۳ -۳ ۴ $-\frac{1}{5}$

(سراسری ۹۸)

تست ۶۶ به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1$ دارای جواب $x=3$ است؟

- ۱ -2 و $\frac{1}{3}$
 ۲ 2 و $-\frac{1}{3}$
 ۳ 1 و $-\frac{2}{3}$
 ۴ 1 و $\frac{2}{3}$

(فارج ۹۸)

تست ۶۷ به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{9}{x}$ دارای جواب $x=1$ است؟

- ۱ -4 و 2
 ۲ -2 و 4
 ۳ 2 و 4
 ۴ 3 و -2

(فارج ۱۴۰۱)

تست ۶۸ به ازای چه مقدار m ، $x=2$ جواب معادله $\frac{x+1}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-3)}$ است؟

- ۱ 1
 ۲ 2
 ۳ 3
 ۴ هیچ مقدار m

تست ۶۹ اگر عبارت مخرج کسرها، صفر نباشند، حاصل عبارت $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-2x}$

(سراسری ۹۹)

کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{x}$
 ۲ $\frac{1}{x-2}$
 ۳ $\frac{2}{x}$
 ۴ $\frac{x}{x-2}$



تست ۷۰ در معادله $x + \frac{2x-1}{x-4} = -2$ ریشه‌ها چگونه‌اند؟

- ۱ فقط یک جواب قابل قبول
- ۲ دو جواب وارون هم
- ۳ دو جواب مساوی هم
- ۴ دو جواب قرینه

(فارج ۹۶)

تست ۷۱ ریشه‌های معادله $\frac{x^2+1}{x+4} - \frac{11x-1}{x+4} + x = 0$ چگونه‌اند؟

- ۱ یک جواب مورد قبول
- ۲ دو جواب مساوی
- ۳ دو جواب قرینه
- ۴ دو جواب وارون هم

(سراسری ۹۵)

تست ۷۲ ریشه‌های معادله $2x + \frac{x^2-4x}{x-2} - \frac{x-6}{x-2} = 0$ چگونه‌اند؟

- ۱ یک جواب مورد قبول
- ۲ دو جواب مساوی
- ۳ دو جواب قرینه
- ۴ دو جواب وارون

(تیر ۱۴۰۳)

تست ۷۳ معادله $\frac{x^2-2x+3}{x^2-2x} - 1 = \frac{x}{x-2}$ دارای چند جواب منفی است؟

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴ صفر

(انسانی تیر ۱۴۰۳ - قارج)

تست ۷۴ معادله $\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 4} - 3 = \frac{x+3}{2-x}$ دارای چند جواب است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

حل مسائل کاربردی از طریق معادلات گویا

با توجه به مفاهیم موجود در یک مسئله، گاهی مجبور به تشکیل معادله گویا خواهیم بود که از حل آن به جواب خواهیم رسید.

تست لایت ۱: در گلدان نقره ای نسبت وزن نقره به مس آن برابر ۸ است. این گلدان را ذوب کرده و

۱۰۰ گرم مس به آن اضافه می کنیم و گلدانی جدید می سازیم که $\frac{4}{5}$ آن نقره است. وزن گلدان قبل از ذوب شدن چقدر است؟

۱۰۰۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

تیپ شناسی ۱: اگر کاری توسط شخص (یا دستگاه) A در x ساعت و همان کار توسط شخص (یا دستگاه) B

در y ساعت انجام شود: پس در ۱ ساعت A به اندازه $\frac{1}{x}$ و B به اندازه $\frac{1}{y}$ کار انجام می دهند. پس در ۱ ساعت

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ کار به طور همزمان انجام می پذیرد. بنابراین در یک ساعت از کل انجام کار داریم:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

پس این کار توسط A و B به طور همزمان در $t = \frac{xy}{x+y}$ ساعت انجام می گیرد.



تست لایت ۲: وقتی دو چاپگر با هم کار کند، کل کار چاپی شرکت در $\frac{3}{4}$ ساعت چاپ می‌شود. چاپگر قدیمی‌تر به تنهایی به ۴ ساعت زمان بیشتر نسبت به چاپگر جدید نیاز دارد. در این صورت چاپگر جدید به تنهایی در چند ساعت کل کار شرکت را انجام می‌دهد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

تست لایت ۳: دو شیر آب A و B به یک استخر متصل‌اند. شیر A استخر را ۱۰ ساعت زودتر از شیر B پر می‌کند. چنانچه دو شیر را با هم باز کنیم، استخر در ۱۲ ساعت پر می‌شود. شیر B به تنهایی استخر را در چند ساعت پر می‌کند؟

۳۰ (۴)

۲۴ (۳)

۱۲ (۲)

۴ (۱)

روشن همه:

امیری زاسیون:

تست لایت ۴: مَلِکَا الگویی را در ۴ روز و حسنی همان الگو را در ۶ روز رنگ آمیزی می کند. اگر آنها با هم الگو را رنگ آمیزی کنند این کار حداکثر در چند روز به پایان می رسد؟

۳/۲ (۴)

۲/۸ (۳)

۲/۴ (۲)

۱/۸ (۱)

تیپ شناسی ۲: اگر x مقدار، از ماده A در y مقدار، از ماده B داشته باشیم، غلظت ماده A در محلول برابر

می باشد. با اضافه شدن مقدار m واحد به ماده A غلظت ماده A در محلول برابر $\frac{x+m}{x+y+m}$ خواهد شد

و با کم کردن مقدار n واحد، غلظت ماده A در محلول برابر $\frac{x-n}{x+y-n}$ می شود.

تست لایت ۵: غلظت اسانس عطری در ۲۰۰ میلی گرم محلول آن ۷۰ درصد است. اگر بخواهیم غلظت

را به ۵۰ درصد برسانیم، چند میلی گرم اسانس باید از آن برداریم؟

۹۰ (۴)

۸۰ (۳)

۷۰ (۲)

۶۰ (۱)



تیب شناسی ۳: اگر بخواهیم مقداری خوراکی یا اشیاء (پدیده‌ای) را بین n نفر تقسیم کنیم، به هر نفر $\frac{1}{n}$ سهم می‌رسد، حال اگر m نفر اضافه شوند تعداد کل $n+m$ نفر خواهد شد و این بار سهم هر نفر $\frac{1}{n+m}$ می‌شود. به این ترتیب اختلاف مقدار هر سهم $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+m}$ خواهد بود. (یعنی به اندازه این اختلاف سهم هر نفر کمتر می‌شود) و اگر m نفر کم شوند، تعداد کل $(n-m)$ نفر و سهم هر نفر $\frac{1}{n-m}$ و اختلاف مقدار هر سهم $\frac{1}{n-m} - \frac{1}{n}$ خواهد بود.

تست لایت ۶: اگر مقداری جنس را بین کارمندان یک شرکت تقسیم کنیم و سپس ۲ نفر از تعداد کارکنان را حذف کنیم، به هر نفر به اندازه $\frac{1}{12}$ بیشتر سهم خواهد رسید. تعداد کارمندان در ابتدا چند نفر بوده است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

تست ۷۵ مجموع معکوس دو عدد فرد طبیعی متوالی برابر $\frac{4}{3}$ است. حاصل ضرب این دو عدد کدام است؟

۱۶۰ (۴)

۳۵ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

تست ۷۶ در یک گلدان نسبت وزن نقره به مس آن برابر ۲ است. اگر پس از ذوب کردن گلدان ۴۰ گرم

نقره اضافه کنیم و از آن گلدان جدیدی بسازیم $\frac{۳}{۴}$ وزن گلدان را نقره تشکیل خواهد داد. وزن اولیه گلدان

چقدر بوده است؟

۱۶۰ (۴)

۱۴۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

تست ۷۷ دو شیر آب A و B به استخری متصل هستند به طوری که شیر A استخر را ۴ ساعت زودتر از شر

B پر می کند. اگر دو شیر را با هم باز کنیم استخر در $\frac{۴}{۸}$ ساعت پر می شود. شیر B به تنهایی استخر را در چند

ساعت پر می کند؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

تست ۷۸ یک کیک را بین چند نفر به طور مساوی تقسیم کردیم. سپس دو نفر دیگر به این جمع اضافه

شدند. در تقسیم مجدد کیک به هر یک به اندازه $\frac{۱}{۴}$ کمتر رسید. در آخر کیک بین چند نفر تقسیم شده است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



تست ۷۹ اختلاف معکوس دو عدد طبیعی متوالی برابر $\frac{1}{77}$ است. مجموع دو عدد کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

تست ۸۰ در سه عدد زوج متوالی حاصل ضرب معکوس دو عدد اول و آخر برابر با ثلث معکوس عدد وسط

می‌باشد. مجموع دو عدد بزرگتر چند برابر عدد کوچکتر است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تست ۸۱ چاپگر A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از چاپگر B انجام می‌دهد. اگر هر دو با هم کار کنند

کار در ۴ ساعت به اتمام می‌رسد. چاپگر B به تنهایی در چند ساعت کار را انجام می‌دهد؟

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

تست ۸۲ در یک محلول آب و شکر، نسبت جرم شکر به جرم آب برابر $\frac{1}{8}$ است. با اضافه کردن ۲۰۰ گرم

شکر به محلول این نسبت به $\frac{1}{6}$ می‌رسد. مقدار محلول پس از اضافه کردن شکر چقدر است؟

۵۸۰۰ (۴)

۵۶۰۰ (۳)

۵۲۰۰ (۲)

۴۸۰۰ (۱)

تست ۸۳ مبلغ یک میلیون و پانصد هزار تومان را بین n نفر تقسیم می‌کنیم. اگر ۵ نفر به این تعداد اضافه کنیم و همان مبلغ را بین آنها تقسیم کنیم، سهم هر نفر نسبت به قبل ۵۰ هزار تومان کمتر خواهد شد. مقدار n کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

تست ۸۴ یک کیک را ابتدا بین افراد حاضر در یک مهمانی به طور مساوی تقسیم کردیم. سپس چهار نفر این مهمانی را ترک کردند و دوباره کیک به همان اندازه قبل را بین نفرات باقیمانده تقسیم کردیم که $\frac{1}{3}$ بیشتر از قبل به هر نفر رسید. اگر نصف کیک را بین نفرات ابتدایی تقسیم می‌کردیم به هر نفر چه سهمی از کیک می‌رسید؟

(ارزوبهشت ۱۴۰۳)

$\frac{1}{24}$ (۴)

$\frac{1}{12}$ (۳)

$\frac{1}{16}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)