

دهمی

یازدهمی

با  بیایم تمام کنند

جزوه
دوره سالانه ۱۴۰۴

ریاضی و آمار

یازدهم

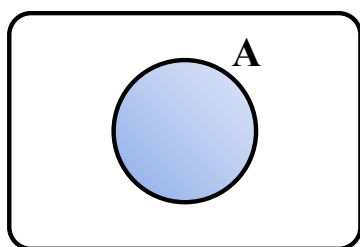
استاد محمدرضا امیری



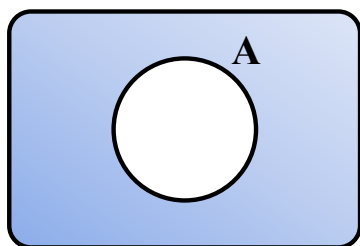
mrezaamiriaz

مجموعه‌ها، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

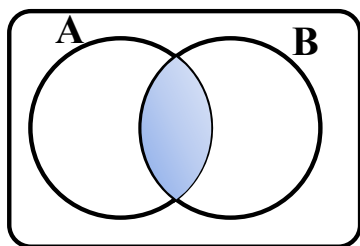
مجموعه‌ها



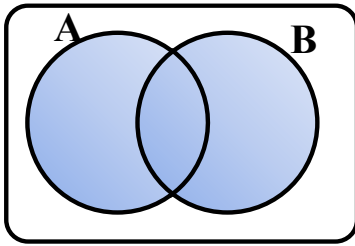
$\Rightarrow A$



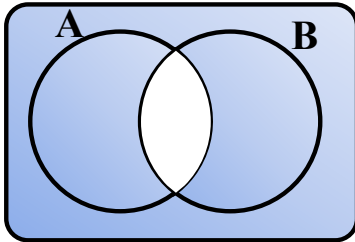
$\Rightarrow A'$



$\Rightarrow A \cap B$

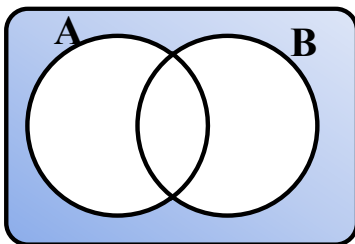


$$\Rightarrow A \cup B$$



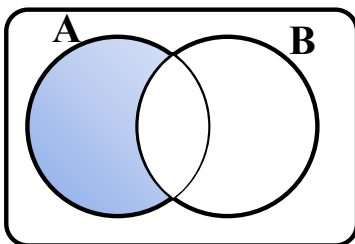
$$\Rightarrow (A \cap B)'$$

$$A' \cup B'$$



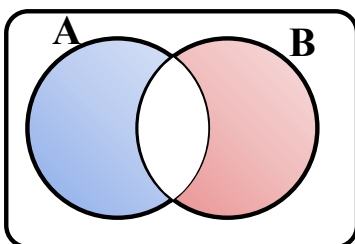
$$\Rightarrow (A \cup B)'$$

$$A' \cap B'$$



$$\Rightarrow A - B$$

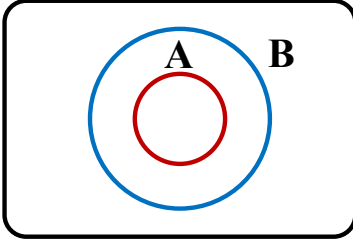
$$A \cap B'$$



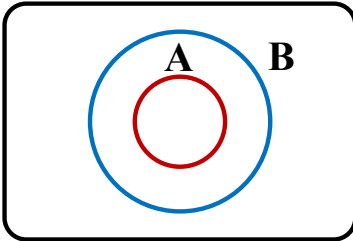
$$\Rightarrow (A - B) \cup (B - A)$$

$$(A \cup B) - (A \cap B)$$

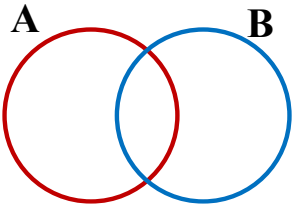
حالات خاص



$\implies A \subset B$ A زیر مجموعه B



$\implies A \cap B = \emptyset$ A و B جدا از هم
($A \subset B'$ یا $B \subset A'$) A و B دو مجموعه ناسازگار



$\implies A \cup B = S$

صرفاً جهت اطلاع:

$U \emptyset$

$U S$

$\cap \emptyset$

$\cap S$



تست ۱ اگر A و B دو مجموعه غیرتهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه

(ریاضی ۹۹)

نادرست است؟

$B \cap A' = \emptyset$ ۴

$A \cap B' = \emptyset$ ۳

$A - B' = A$ ۲

$B - A' = A$ ۱

تست ۲ فرض کنید A و B دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند، کدام

(ریاضی قاج ۹۹)

رابطه نادرست است؟

$(A \cup B)' = \emptyset$ ۴

$A \cap B' = A$ ۳

$A - B' = \emptyset$ ۲

$A \subset B'$ ۱

(انسانی قارچ ۱۴۰۰)

تست ۲ اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $((A-B) \cup (B-A))'$ کدام است؟

$A' \cup B'$ ۴

$A \cup B$ ۳

$A' \cap B'$ ۲

$A \cap B$ ۱

تست ۴ اگر متمم مجموعه‌ی $(A-B) \cup (B-A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست

(انسانی ۱۴۰۰)

است؟ (S مجموعه‌ی مرجع است.)

$B = \emptyset$ یا $A = \emptyset$ ۴

$A \cup B = S$ ۳

$A \subseteq B'$ ۲

$A \subseteq B$ ۱

(گزینه دو ۱۴۰۱)

تست ۵ متمم مجموعه‌ی $(A-B)' - A'$ کدام است؟

$A' \cap B'$ ۴

$A' \cup B'$ ۳

$A \cup B$ ۲

$A \cap B$ ۱

()

تست ۶ مجموعه $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B)')$ با کدام مجموعه، برابر است؟

B' ۴

A' ۳

B ۲

A ۱



تست ۷ اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه

(ریاضی ۱۴۰۱)

با کدام مجموعه برابر است؟ $A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B])$

\emptyset (۴)

B (۳)

$B - A$ (۲)

$(A - B)'$ (۱)

تست ۸ اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه

(ریاضی قارچ ۱۴۰۱)

با کدام مجموعه برابر است؟ $[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$

$A' - B'$ (۴)

$A - B$ (۳)

\emptyset (۲)

A (۱)

(ریاضی قارچ ۱۴۰۱)

تست ۹ اگر U مجموعه مرجع $A' \cup B = A' \cap B'$ باشند، کدام مورد درست است؟

$B = \emptyset$ (۴)

$B = U$ (۳)

$A = \emptyset$ (۲)

$A = B$ (۱)

(ریاضی قارچ ۱۴۰۰)

تست ۱۰ فرض کنید $C = (A - B) \cup (B - A)$ ، حاصل $(A' \cap B') \cap C'$ کدام است؟

C' (۴)

C (۳)

$A \cup B$ (۲)

$A \cap B$ (۱)

تست ۱۱ فرض کنید $U = A \cup B$ مجموعه مرجع و $C = (A - B) \cup (B - A)$ اگر

(ریاضی ۱۴۰۰)

کدام عبارت درست است؟ $((A' - B)' \cap C)' = B$

$A - B$ ۴

$A \subseteq B$ ۳

$A \cap B = \emptyset$ ۲

$B \subseteq A$ ۱

(کج ۱۴۰۱)

تست ۱۲ حاصل $[A \cap B' \cap C'] \cup [(B \cup C) \cap A]$ کدام است؟

B' ۴

B ۳

A' ۲

A ۱

(ریاضی ۹۹)

تست ۱۳ مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

B' ۴

A ۳

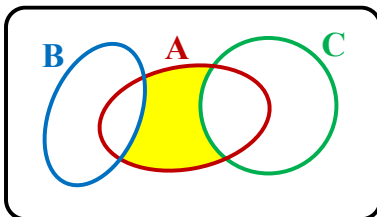
$A \cap B'$ ۲

$A \cup B'$ ۱

تست ۱۴ مجموعه‌های A ، B و C مطابق شکل مقابل، مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت سایه

(انسانی ۹۹)

خورده، نادرست است؟



$A \cap (B' \cap C')$ ۱

$A \cap (B \cup C)'$ ۲

$(A - C) \cap (A - B)$ ۳

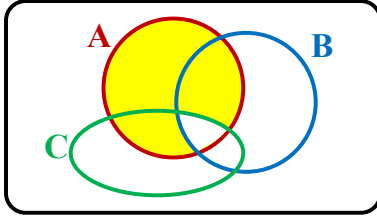
$(A - C) \cup (A - B)$ ۴



تست ۱۵ مطابق شکل مقابل، فرض کنید A ، B و C سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت

(انسانی قارج ۹۹)

سایه خورده نادرست است؟



۱ $(A-B) \cup (A-C)$

۲ $A \cap (B' \cup C')$

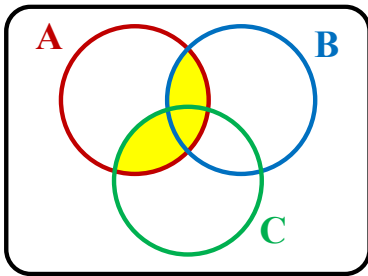
۳ $A - (B \cap C)$

۴ $A - (B \cup C)$

تست ۱۶ سه پیشامد A ، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد

(انسانی دی ۱۴۰۱)

برای قسمت هاشور خورده، نادرست است؟



۱ $A \cap (B \cup C)$

۲ $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

۳ $(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$

۴ $(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$

تست ۱۷ اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه

(ریاضی دی ۱۴۰۱)

$C - ((A - B)' - (B - C)) - C$ با کدام مجموعه برابر است؟

۱ $A' - (B \cup C)$ ۲ $B - (A \cup C)$ ۳ $C - (A \cup B)$ ۴ $(A' \cup B') - C$

تست ۱۸ اگر $E = C \cup D$ و $D = (B' - A) \cup (B' - A')$ ، $C = (A' - B) \cup (A' - B')$ باشد، E'

(انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳)

کدام است؟

$A \cap B$ ۴

$A \cup B$ ۳

$A' \cap B'$ ۲

$A' \cup B'$ ۱

(انسانی تیر ۱۴۰۳)

تست ۱۹ مجموعه $(A - B) - (C - B)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$(A - B) - C$ ۴

$B - (A \cup C)$ ۳

$A - (B \cup C')$ ۲

$(B - C) - A$ ۱

(انسانی تیر ۱۴۰۳ - قارج)

تست ۲۰ متمم مجموعه $A' - (B' - C')$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$(B - A) \cup (C' - A)$ ۴

$(B - A) \cup (A \cup C)'$ ۳

$A \cup (C - B)$ ۲

$A \cup (B - C)'$ ۱



آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

◆ گزاره‌ها (ارزش و نقیض گزاره‌ها)

آشنایی با منطق:

از منطق به معنای بررسی استدلال‌ها تعبیر می‌کنند که کاربرد آن در تشخیص اعتبار استدلال‌ها است. **منطق روش درست فکر کردن است؛** از انواع منطق، منطق ریاضی است که اگر ریاضیات را به عنوان یک زبان در نظر بگیریم منطق ریاضی دستور این زبان است؛ پس انتظار داریم کسانی که با منطق مأنوس‌تر هستند در استدلال‌ها کمتر دچار اشتباه شوند.

گزاره:

گزاره یک جمله خبری است که دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را بتوان به آن نسبت داد.

مثال: جمله‌های «۱۹ عددی اول است»، «افلاطون، شاگرد ارسطو است»، «عبارت $x^3 - 2x + 1 = 0$ معادله درجه دوم نیست». همگی گزاره هستند؛ چون هم خبری هستند و هم قطعاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را خواهند داشت.

بنابراین:

۱) جملات خبری که ارزش آن‌ها را نمی‌دانیم ولی قطعاً یکی از دو ارزش درست (T یا د) یا نادرست (F یا ن) را دارند، گزاره هستند.

توجه: T مخفف True و F مخفف False است. 

۲) جملات پرسشی، امری و عاطفی گزاره نیستند.


۳) جملات خبری که نتوان یکی از دو ارزش درست (T) یا نادرست (F) را به آن‌ها نسبت دهیم گزاره نیستند.

مثال: 

- (۱) چه هوای خوبی!
- (۲) مهدیه، تخته را پاک کن.
- (۳) آیا از کلاس ریاضی انسانی راضی هستید؟
- (۴) درس ریاضی از درس علوم و فنون راحت تر است.

توجه: (۱) هر جمله خبری که در آن صفت مانند زیبا، آسان، سخت و ... به کار رفته باشد، گزاره نیست، زیرا صفت‌ها براساس سلیقه افراد هستند و ارزش مشخصی ندارند.

توجه: (۲) گزاره‌ها را عموماً با حروف p, q, w, s, \dots نشان می‌دهیم؛ حال این امکان وجود دارد که گزاره‌ای ترکیبی از دو یا چند گزاره باشد (گزاره‌های ترکیبی) که ارزش آن بستگی به گزاره‌های ساده‌ای دارد که آن را ساخته‌اند.

پُر نکته:  در یک جمله خبری اگر فقط یک گزاره مانند p وجود داشته باشد دارای ۲ ارزش خواهد بود:

| گزاره | ارزش | |
|-------|------|---|
| p | د | ن |

بنابراین در حالت کلی، حالت‌های ارزشی n گزاره برابر ۲^n است.

در نتیجه:

| P | q |
|-----|-----|
| د | د |
| د | ن |
| ن | د |
| ن | ن |

(الف) تعداد حالت‌های ارزشی ۲ گزاره برابر با $۲^۲ = ۴$ یا ۲×۲ خواهد بود:

(ارزش گزاره q , ارزش گزاره p)

{(ن, ن) و (د, ن) و (ن, د) و (د, د)}



ب) تعداد حالت‌های ارزشی ۳ گزاره برابر با $2^3 = 8$ یا $2 \times 2 \times 2$ است:

| p | q | r |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | T | F |
| T | F | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | T | F |
| F | F | T |
| F | F | F |

تمرین:

جدول ارزشی ۴ گزاره چند حالت دارد؟

تست گرمی ۱: جدول ارزشی چند گزاره دارای ۶۴ سطر خواهد بود؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

تست گرمی ۲: در یک جدول ارزشی ۳۲ حالت وجود دارد؛ اگر ۲ گزاره دیگر به آن‌ها اضافه شود، تعداد

سطرهای جدول ارزشی آن‌ها کدام است؟

۳۲ (۴)

۶۴ (۳)

۱۲۸ (۲)

۲۵۶ (۱)

نقیض یک گزاره:

نقیض یک گزاره همواره ارزشی مخالف با آن گزاره دارد. اگر گزاره را با P نمایش دهیم، نقیض آن به صورت

« $\sim p$ » نشان داده می‌شود.

| | |
|----------|----------|
| p | $\sim p$ |
| T | F |
| F | T |

در نقیض کردن عبارات فارسی کافی است فعل را منفی کنیم. یا عبارت «چنین نیست که» در ابتدای آن قرار دهیم. (هیچ وقت به ساختار جمله دست نزنید).


مثال: 

a عددی گویا نیست. ← نقیض

مهدیه از خواهرش کوچکتر است. ← نقیض

نقیض نمادهای ریاضی

| | | | | | | | | |
|------------|--------------|--------------|--------|--------|--------|--------|----------|---------------|
| نماد ریاضی | کوچکتر < | بزرگتر > | \leq | \geq | = | \neq | \in | \subset |
| نقیض | \geq | \leq | > | < | \neq | = | \notin | $\not\subset$ |
| | بزرگتر مساوی | کوچکتر مساوی | | | | | | |

پُر نکته: نقیض نقیض هر گزاره با خود آن گزاره هم ارزش است. اگر ارزش دو گزاره یکسان باشند، به 

آن دو گزاره هم ارزش (\equiv) می‌گویند: $p \equiv q$ ، p هم ارز با q .



مثال: 

a عددی منفی است. ← نقیض

a از b کوچکتر است. ← نقیض

تست گرمی ۳: در چند مورد زیر گزاره‌ها هم ارز هستند؟

الف) مجموع دو عدد فرد، عددی فرد است. - مجموع دو عدد فرد و زوج عددی زوج است.

ب) $\sqrt{2}$ عددی گنگ است. - $\frac{x}{3}$ عددی گویا است.

پ) واریانس سه عدد مساوی صفر است. - وزن، یک متغیر کمی با قیاس نسبی است.

۱ صفر ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

تست ۲۱ کدام گزینه، گزاره است؟

- ۱ چه هوای دلچسبی!
- ۲ کنکور امسال عالی بود
- ۳ آوا دانش آموز کلاس اول است.
- ۴ در قسمت عمیق استخر شنا نکن

تست ۲۲ ارزش کدام گزاره درست می‌باشد؟

۱ $\sqrt{2} + 1$ عددی گویا است.

۲ اگر داده‌های آماری ۳ برابر شوند، واریانس و انحراف معیار نیز ۳ برابر می‌شوند.

۳ نمودار راداری برای نمایش حداقل ۴ متغیر رسم می‌شود.

۴ حاصل $(\sqrt{12} + 4)(4 - 2\sqrt{3})$ عددی صحیح می‌باشد.

تست ۲۳ تعداد سطرهای جدول ارزش گذاری ۷ گزاره چند برابر تعداد سطرهای جدول ارزش گذاری

مربوط به ۴ گزاره می‌باشد؟

۲ ۴

۴ ۳

۸ ۲

۱۶ ۱

تست ۲۴ نقیض گزاره « a عددی نامثبت است.» کدام نیست؟

۱ a عددی نامثبت نیست.

۲ چنین نیست که a عددی نامثبت است.

۳ a کوچکتر یا مساوی صفر است.

۴ a بزرگتر از صفر است.



تست ۲۵ اگر دو گزاره به تعدادی گزاره اضافه شوند، به تعداد سطرهای جدول آن ۲۴ سطر اضافه می‌شود، تعداد گزاره‌های اولیه کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

تست ۲۶ در جدول ارزشی مربوط به ۶ گزاره چندبار حرف «ن» یا «F» به کار می‌رود؟

۱۹۲ (۴)

۲۱۶ (۳)

۶۴ (۲)

۳۸۴ (۱)

تست ۲۷ برای ۵ گزاره p, q, r, s و t می‌دانیم $s \equiv T$ ، $t \equiv F$. تعداد سطرهای جدول ارزش گذاری برای این ۵ گزاره کدام است؟

۶۴ (۴)

۳۲ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

تست ۲۸ نقیض گزاره « a عددی اول است.» کدام می‌تواند باشد؟

۲ (۲) a عددی مرکب یا $a=1$ است.۱ (۱) a عددی مرکب است.۴ (۴) a عددی فرد است.۳ (۳) a عددی زوج است.

تست ۲۹ گزاره P به صورت «مختصات رأس سهمی به معادله $y = 2x^2 - 4x + 5$ برابر $(1, 2)$ می‌باشد.»

کدام گزاره هم ارزش نقیض گزاره P است؟

۱ میانگین داده‌های ۳، ۶، ۷، ۹، ۱۰ برابر ۸ است.

۲ میانه داده‌های ۴، ۳، ۵، ۸، ۹، ۷ برابر ۶ است.

۳ برد تابع $y = -1$ برابر R است.

۴ $[-\infty / 2] = \emptyset$

تست ۳۰ کدام هم ارزی درست است؟

۱ $(-\frac{1}{8} \text{ عددی گنگ است.}) \equiv (\sqrt{3} \notin \mathbb{N})$

۲ $(56 \text{ مربع کامل است.}) \equiv (-3 < -2)$

۳ $(3^{-1} = \frac{1}{9}) \equiv (\text{قد؛ یک متغیر کیفی است.})$

۴ $(9 \text{ عددی فرد است.}) \equiv (57 \text{ عددی اول است})$

ترکیب فصلی^(۷) و عطفی^(۸) دو گزاره

ترکیب گزاره‌ها:

گزاره‌های ساده را می‌توان با هم ترکیب کرد و گزاره‌هایی مرکب تولید نمود. گزاره‌ها را می‌توان با حروف ربط «یا» و «و» با هم ترکیب کرد. ارزش هر گزاره ترکیبی به ارزش درستی یا نادرستی گزاره‌های ساده تشکیل دهنده آن‌ها و نوع رابطه‌ها بستگی دارد.

ترکیب فصلی^(۷) دو گزاره: (یا)

می‌نویسیم $(p \vee q)$ و می‌خوانیم (p یا q)



به جدول ارزشی ترکیب فصلی دو گزاره دقت کنید:

| p | q | $p \vee q$ |
|---|---|------------|
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

تنها حالت نادرست ترکیب فصلی دو گزاره زمانی است که هر دو گزاره ارزش نادرست داشته باشند.

تست گرمی ۴: ارزش کدام گزاره نادرست است؟

- ۱) ۵۱ عددی اول یا $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.
- ۲) ۳۶ عدد مربع کامل یا قد متغیر کیفی است.
- ۳) معادله $x^2 + 3 = 0$ ریشه حقیقی ندارد یا $y = 2$ تابع ثابت است.
- ۴) برد تابع همانی تنها یک عضو دارد یا مربع هر عدد از خود عدد بزرگتر است.

قوانین ترکیب فصلی

فصلی با خودش همیشه خودش!

فصلی با درست میشه درست!

فصلی با غلط باز میشه خودش!

فصلی با نقیض همیشه درست!

جابجایی

شرکت پذیری

$$۱) p \vee p \equiv p$$

$$۲) p \vee T \equiv T$$

$$۳) p \vee F \equiv p$$

$$۴) p \vee \sim p \equiv T$$

$$۵) p \vee q \equiv q \vee p$$

$$۶) p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

ترکیب عطفی^(۸) دو گزاره: (و)می‌نویسیم $(p \wedge q)$ ، می‌خوانیم (q, p)

جدول ارزشی ترکیب عطفی دو گزاره:

| p | q | $p \wedge q$ |
|---|---|--------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | F |

تنها حالت درست ترکیب عطفی دو گزاره زمانی است که هر دو گزاره درست باشند.

تست گرمی ۵: ارزش کدام گزاره درست است؟

۱) سهمی $y = x^2 - 2x + 3$ دارای Max و رأس نمودار $y = 2 - |x + 1|$ است. min

۲) $IQR = Q_1 - Q_3$ و ۶۸ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ قرار دارند.

۳) $\text{sign}(1 - \sqrt{3}) = -1$ و شیب خط $y = -2x + 1$ مثبت است.

۴) $|\sqrt{2} - 3| = 3 - \sqrt{2}$ ، $[\frac{-2}{3}] = -1$

 قوانین ترکیب عطفی

۱) $p \wedge p \equiv p$

عطفی با خودش همیشه خودش!

۲) $p \wedge T \equiv p$

عطفی با درست باز همیشه خودش!

۳) $p \wedge F \equiv F$

عطفی با غلط همیشه غلط!

۴) $p \wedge \sim p \equiv F$

عطفی با نقیض، غلطه غلط!

۵) $p \wedge q \equiv q \wedge p$

جابجایی

۶) $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$

پخشی



نکته اگر p و q ارزش متفاوت داشته باشند، قطعاً $\sim p$ و $\sim q$ هم غیر هم ارز خواهند بود و ارزش متفاوتی دارند.

اگر p و q دو گزاره غیر هم ارز باشند یعنی یکی درست و دیگری نادرست باشد:

$$\begin{cases} p \wedge q \equiv F \rightarrow \sim p \wedge \sim q \equiv F \\ p \vee q \equiv T \rightarrow \sim p \vee \sim q \equiv T \end{cases}$$

◆ نقیض ترکیب‌های فصلی و عطفی

۱) نقیض ترکیب فصلی:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

∧ به ∨ تبدیل می‌شود.
↗ ↘
∨ ∧
↖ ↙
∧ ∨
↖ ↙ ↗ ↘
نقیض می‌شود. نقیض می‌شود.

هر دو گزاره نقیض می‌شوند و ترکیب فصلی به عطفی تبدیل می‌گردد.

تست گرمی ۶: کدام گزینه درست است؟

$$\sim (p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee q \quad \text{②}$$

$$\sim (\sim p \vee q) \equiv p \vee \sim q \quad \text{①}$$

$$\sim (p \vee q) \equiv p \wedge q \quad \text{④}$$

$$\sim (\sim p \vee \sim q) \equiv p \wedge q \quad \text{③}$$

۲) نقیض ترکیب عطفی:

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

↖
↗

↘
↙

↖ به ↗ تبدیل می‌شود.
 ↘ نقیض می‌شود. ↙ نقیض می‌شود.

هر دو گزاره نقیض می‌شوند و ترکیب عطفی به فصلی تبدیل می‌گردد.

تست گرمی ۷: کدام گزینه درست است؟

$\sim (p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee q$ ۲

$\sim (\sim p \wedge q) \equiv p \wedge \sim q$ ۱

$\sim (p \wedge q) \equiv p \vee q$ ۴

$\sim (\sim p \wedge \sim q) \equiv p \wedge q$ ۳

هم ارزی‌های بین ترکیب فصلی و عطفی

۱) خاصیت پخش یا توزیع پذیری:

الف) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

ب) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$



(۲) خاصیت جذب:

الف) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

ب) $p \vee (p \wedge r) \equiv p$

$$(q \vee \sim r) \wedge \sim r \equiv$$

$$(\sim p \wedge q) \vee q \equiv$$

(۳) خاصیت شبه جذب:

الف) $\sim p \wedge (p \vee r) \equiv \sim p \wedge r$

ب) $(\sim q \wedge p) \vee q \equiv q \vee p$

تست گرمی ۸: اگر p و $\sim q$ گزاره‌هایی درست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره $(\sim p \wedge r) \vee (p \vee q)$ کدام است؟

 $\sim r$ (۴) r (۳) F (۲) T (۱)

تست گرمی ۹: اگر گزاره p درست و گزاره $q \vee (\sim p \wedge q)$ نادرست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره $(\sim p \vee r) \wedge (\sim q \wedge p)$ کدام است؟

- ۱ T
 ۲ F
 ۳ r
 ۴ $\sim r$

تست ۳۱: نقیض گزاره «تا ۱۵ شهریور نتایج کنکور می‌آید یا طاه‌ها به کلاس نهم می‌رود.» کدام است؟

۱ تا ۱۵ شهریور نتایج کنکور می‌آید یا طاه‌ها به کلاس نهم نمی‌رود.

۲ تا ۱۵ شهریور نتایج کنکور می‌آید و طاه‌ها به کلاس نهم می‌رود.

۳ تا ۱۵ شهریور نتایج کنکور نمی‌آید و طاه‌ها به کلاس نهم نمی‌رود.

۴ تا ۱۵ شهریور نتایج کنکور نمی‌آید و طاه‌ها به کلاس نهم می‌رود.

تست ۳۲: در جای خالی کدام گزاره قرار گیرد تا نقیض گزاره داده شده نادرست باشد؟

۲ عددی اول است و»

۱ ۵ عددی زوج است یا ۳ عددی اول نیست.

۲ $(a-b)(a+b) = a^2 + b^2$ و ۱۳ عددی اول است

۳ $5! = 3! + 2!$ یا احتمال رو آمدن در سکه $\frac{1}{4}$ است.

۴ ۶۸ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - 2\delta, \bar{x} + 2\delta)$ و واریانس، جذر انحراف معیار است.



تست ۳۳ اگر P گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش کدام گزاره با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- ۱ $\sim p \vee \sim q$ ۲ $q \wedge p$ ۳ $p \wedge (\sim q \wedge \sim p)$ ۴ $\sim p \vee (q \vee \sim p)$

تست ۳۴ اگر گزاره «ریشه معادله $x^2 - 3x + 2 = 0$ برابر $x = -1$ می‌باشد یا» درست باشد،

عبارت مناسب برای جای خالی کدام است؟

- ۱ $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{4}$
 ۲ $\sqrt{3} - 1$ عددی گویا است.
 ۳ $y = x$ تابع ثابت است.
 ۴ معکوس عددی بین صفر و یک از خود عدد کوچکتر است.

تست ۳۵ اگر گزاره «رابطه $\{(0,1), (2,-1), (4,3), (-2,0)\}$ تابع است و» نادرست باشد، عبارت مناسب

برای جای خالی کدام است؟

- ۱ تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها از چارک دوم کمتر هستند.
 ۲ احتمال رو شدن عدد اول در پرتاب یک تاس برابر $\frac{1}{4}$ است.
 ۳ حاصل ضرب دو عدد گنگ، همواره گنگ است.
 ۴ جایگشت ۳ شیء متمایز برابر ۶ است.

تست ۳۶ با توجه به دو گزاره « $p: \sqrt{5}$ عددی طبیعی است.» و « q : معادله $5x^2 - x + 4 = 0$ دو ریشه حقیقی دارد.» کدام گزینه زیر دارای ارزش درست است؟

۴ $p \vee \sim q$

۳ $p \vee q$

۲ $\sim p \wedge q$

۱ $p \wedge q$

تست ۳۷ اگر p و $\sim p$ گزاره‌هایی درست باشند، ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

۴ $\sim p \wedge \sim q$

۳ $\sim p \vee \sim q$

۲ $p \vee q$

۱ $p \wedge \sim q$

تست ۳۸ اگر دو گزاره $p \vee q$ و $p \wedge \sim q$ هم ارزش باشند، کدام گزینه همواره درست است؟

۴ $p \wedge q$

۳ $p \wedge \sim q$

۲ $\sim p$

۱ $\sim q$

تست ۳۹ اگر $p \wedge q$ نادرست و $p \vee q$ درست باشند، گزینه کدام است؟

۲ p و q ارزش‌های متفاوت دارند.

۱ p و q هم ارزش هستند.

۴ $(p \vee \sim q)$ درست است.

۳ $(p \wedge \sim q)$ نادرست است.



تست ۴۰ کدام گزینه نادرست است؟

$$p \wedge (\sim q \vee p) \equiv p \quad \text{۲}$$

$$p \vee \sim q \equiv \sim(\sim p \wedge q) \quad \text{۱}$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \wedge r) \vee (p \wedge q) \quad \text{۴}$$

$$\sim p \vee (p \wedge q) \equiv \sim p \vee q \quad \text{۳}$$

تست ۴۱ در جدول ارزشی گزاره $[\sim(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)]$ چند سطر درست وجود دارد؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

تست ۴۲ اگر p گزاره «نمودار خط $y = -2x + 3$ از ناحیه سوم مختصات عبور نمی کند.» و گزاره q

«نمودار حبابی برای نمایش دو متغیر استفاده می شود.» باشند، ارزش گزاره $p \wedge (\sim q \vee \sim p)$ کدام است؟

F ۴

T ۳

$\sim p$ ۲

$p \wedge q$ ۱

تست ۴۳ گزاره $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$ هم ارز کدام است؟

q ۴

p ۳

F ۲

T ۱

تست ۴۴ گزاره $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$ هم ارز کدام است؟

- ۱ درست ۲ نادرست ۳ p ۴ q

تست ۴۵ اگر p گزاره درست و q گزاره نادرست و r دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

- ۱ $\sim(p \vee q) \wedge (r \vee q)$ ۲ $(\sim p \wedge r) \vee (q \vee \sim p)$
۳ $q \vee [\sim r \wedge (p \wedge q)]$ ۴ $(p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$

تست ۴۶ گزاره $(q \wedge \sim p) \vee r$ در کدام حالت نادرست است؟

- ۱ $r \equiv T, q \equiv F, p \equiv T$ ۲ $r \equiv F, q \equiv T, p \equiv F$
۳ $r \equiv F, q \equiv T, p \equiv T$ ۴ $r \equiv T, q \equiv T, p \equiv F$

تست ۴۷ اگر گزاره p درست و q نادرست و r دلخواه باشد، کدام گزاره دارای ارزش درست است؟

- ۱ $(p \wedge \sim q) \wedge \sim r$ ۲ $(\sim r \vee p) \wedge \sim q$ ۳ $(\sim p \wedge r) \vee q$ ۴ $(q \vee \sim p) \vee r$



تست ۴۸ اگر p و q دو گزاره غیرهم ارز باشد، ارزش کدام گزاره نادرست خواهد بود؟

$$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \quad ۲ \qquad (q \wedge p) \vee (\sim p \vee \sim q) \quad ۱$$

$$(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \quad ۴ \qquad (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \quad ۳$$

تست ۴۹ اگر گزاره $p \wedge (\sim q \vee r)$ درست باشد، ارزش گزاره $[(p \vee \sim r) \wedge (\sim r \wedge q)] \vee r$ کدام است؟

$$r \quad ۴ \qquad \sim r \quad ۳ \qquad F \quad ۲ \qquad T \quad ۱$$

تست ۵۰ اگر گزاره $\sim p \vee (q \wedge \sim r)$ نادرست باشد، ارزش گزاره $[(r \vee \sim q) \wedge p] \wedge (p \vee \sim p)$ کدام است؟

$$\sim r \quad ۴ \qquad r \quad ۳ \qquad F \quad ۲ \qquad T \quad ۱$$

تست ۵۱ اگر ارزش گزاره‌های $q \wedge \sim r$ و $\sim q \vee p$ درست باشد، کدام گزاره دارای ارزش درست است؟

$$(\sim r \wedge \sim p) \vee (r \vee q) \quad ۲ \qquad r \vee (\sim p \wedge q) \quad ۱$$

$$\sim r \wedge [(\sim p \vee \sim q) \wedge r] \quad ۴ \qquad (r \vee \sim q) \vee (\sim q \wedge p) \quad ۳$$

تست ۵۲ اگر $q \wedge \sim r$ درست و $(q \wedge p) \wedge \sim r$ نادرست باشد، ارزش گزاره $\sim(\sim q \wedge p) \vee [r \wedge (\sim p \vee q)]$ کدام است؟

- ۱ T
 ۲ F
 ۳ هم ارز r
 ۴ هم ارز $\sim q$

تست ۵۳ اگر ارزش $\sim p \wedge r$ درست و $r \wedge (\sim q \wedge \sim p)$ نادرست باشد، ارزش هر گزاره کدام است؟

۱ r, q و p هر ۳ گزاره درست است. ۲ r, q و p هر ۳ گزاره نادرست است.

۳ $p \equiv F, r \equiv T, q \equiv T$ ۴ $\sim p \equiv F, \sim r \equiv T, q \equiv T$

ترکیب شرطی (\Rightarrow) و ترکیب دو شرطی (\Leftrightarrow) دو گزاره

ترکیب شرطی (\Rightarrow)

می‌خواهیم از گزاره p ، گزاره q را نتیجه بگیریم؛ بنابراین از نماد (\Rightarrow) استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم:

$$p \Rightarrow q$$

نکته p را مقدم و q را تالی می‌نامیم.

گزاره شرطی بین p و q ؛ ($p \Rightarrow q$) را به صورت‌های زیر می‌خوانیم:

(۱) اگر p آنگاه q

(۲) p نتیجه می‌دهد q را

(۳) p شرط کافی است برای q

(۴) q شرط لازم است برای p

مثال: اگر n عددی فرد باشد، n^2 نیز فرد است. 🔍

مثال: اگر ۵۷ عددی اول باشد، آنگاه $\sqrt{7}$ عددی گنگ است. 🔍

جدول ارزشی گزاره شرطی:

| P | q | $p \Rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | F | T |

تنها حالت نادرست گزاره شرطی زمانی است که مقدم درست و تالی نادرست باشد یعنی از یک گزاره درست، نتیجه نادرست حاصل شده باشد.

۱ اگر مقدم نادرست باشد، فارغ از ارزش گزاره تالی، گزاره شرطی درست است.

$$F \Rightarrow O \equiv T$$

گزاره شرطی به انتقالی مقدم ارزش درست دارد.

۲ اگر تالی درست باشد، فارغ از ارزش گزاره مقدم گزاره شرطی درست است:

$$\square \Rightarrow T = T$$

تست گرمی ۱۰: اگر p درست و q نادرست و r دلخواه باشند، ارزش گزاره $(r \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow p)$ کدام است؟

$\sim r$ ۴

r ۳

F ۲

T ۱

تست گرمی ۱۱: کدام گزاره شرطی، به انتفای مقدم دارای ارزش درست است؟


۱) اگر $\sqrt{25}$ عددی گویا باشد، 39 عددی اول است.

۲) اگر $2^3 = 8$ ، آنگاه $-2 < -5$

۳) اگر $2^{-2} = \frac{1}{4}$ ، آنگاه 49 مربع کامل است.

۴) اگر 51 عددی اول باشد، آنگاه n عددی گویا است.

نکته در گزاره شرطی $(p \Rightarrow q)$ برخی اوقات p و q به هم وابسته هستند. یعنی درستی آن‌ها را نمی‌توانیم به طور مستقیم بررسی کنیم. در این صورت ارزش p را درست در نظر می‌گیریم، سپس با فرض درستی p ارزش گزاره q را بررسی می‌کنیم تا درستی یا نادرستی آن معلوم شود.

مثال: اگر x عددی اول باشد، آنگاه x^2 هم عددی اول است. 

روابطی بسیار مهم:

$$1) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

مثال: 

الف) $\sim q \Rightarrow r \equiv$

ب) $(\sim p \vee q) \Rightarrow \sim r \equiv$

$$۲) \underbrace{\sim(p \Rightarrow q)}_{(۱)} \equiv \underbrace{\sim(\sim p \vee q)}_{\text{نقیض شرطی}} \equiv p \wedge \sim q$$

مثال: 

الف) $\sim(\sim p \Rightarrow q) \equiv$

ب) $\sim(q \Rightarrow \sim r) \equiv$

$$۳) \underbrace{p \Rightarrow q}_{\text{عکس نقیض}} \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

مثال: 

$$\text{الف) } \underbrace{\sim p \Rightarrow q}_{\text{عکس نقیض}} \equiv$$

$$\text{ب) } \underbrace{\sim q \Rightarrow \sim r}_{\text{عکس نقیض}} \equiv$$

تست گرمی ۱۲: کدام گزاره نادرست است؟

$$[\sim(\sim p \Rightarrow q)] \vee (p \vee q) \quad \textcircled{۲}$$

$$p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q) \quad \textcircled{۱}$$

$$[\sim(p \Rightarrow q)] \wedge q \quad \textcircled{۴}$$

$$(p \Rightarrow q) \vee p \quad \textcircled{۳}$$

کار در کلاس:



گزاره شرطی زیر را نقض کنید:

اگر ۴۸ عددی زوج باشد، آنگاه $\sqrt{۷}$ گنگ است.

ترکیب دو شرطی (\Leftrightarrow)

اگر بخواهیم از گزاره p ، گزاره q و بالعکس از گزاره q ، گزاره p را نتیجه بگیریم از نماد « \Leftrightarrow » استفاده می‌کنیم

و می‌نویسیم: $p \Leftrightarrow q$

و به صورت‌های زیر می‌خوانیم:

(۱) «اگر p آنگاه q و اگر q آنگاه p »

(۲) « p نتیجه می‌دهد q را و q نتیجه می‌دهد p را»

(۳) « p شرط لازم و کافی برای q »

(۴) «اگر p آنگاه q و بالعکس»

(۵) « p اگر و تنها اگر q »

مثال: اگر $\frac{x}{\sqrt{x}}$ عبارت گویا باشد، آنگاه $(x-3)^2$ اتحاد مربع دو جمله‌ای است و بالعکس.

جدول ارزشی ترکیب دو شرطی:

| P | q | $p \Leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | T |

اگر هر دو گزاره هم ارزش باشند T خواهد بود.

اگر یکی از گزاره‌ها T و دیگری F باشد، F خواهد بود.

تشریحی یازدهم

گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ هم ارز گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ می‌باشد که در بعضی گزاره‌های دو شرطی که مقدم و تالی به هم وابستگی دارند، محبوبیم از این هم ارزی استفاده کنیم.

| p | q | $p \Rightarrow q$ | $q \Rightarrow p$ | $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$ |
|---|---|-------------------|-------------------|---|
| T | T | T | T | T |
| T | F | F | T | F |
| F | T | T | F | F |
| F | F | T | T | T |

سوال: ارزش گزاره «اگر n عددی فرد باشد، آنگاه n+2 فرد است و بالعکس» را پیدا کنید.

یادآوری: اگر n عددی فرد باشد، عدد $n+2$ ، عدد فرد متوالی بعد از آن خواهد بود و اگر $n+2$ عددی فرد باشد، عدد n عدد فرد متوالی قبل از آن خواهد بود.

نقیض دو شرطی:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

$$\equiv \sim(p \Rightarrow q) \vee \sim(q \Rightarrow p)$$

$$\equiv \dots \dots \dots \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

تست گرمی ۱۳: اگر p و $\sim q$ نادرست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره $[(p \Leftrightarrow \sim q) \vee (p \Rightarrow q)] \vee r$ کدام است؟

- ۱ T
 ۲ F
 ۳ r
 ۴ $\sim r$

تست گرمی ۱۴: اگر $p \Rightarrow q$ نادرست و $(p \Leftrightarrow q) \vee r$ درست باشند، کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ $\sim r \Rightarrow p$
 ۲ $q \Rightarrow r$
 ۳ $q \Leftrightarrow r$
 ۴ $\sim p \Leftrightarrow q$



تست گرمی ۱۵: نتیجه استدلال مقابل هم ارز کدام گزینه است؟

$$\sim p \Leftrightarrow q$$

$$r \Rightarrow p$$

$$\underline{r}$$

$\therefore ?$

$$p \Rightarrow q \quad \textcircled{۲}$$

$$q \wedge \sim r \quad \textcircled{۱}$$

$$q \Rightarrow r \quad \textcircled{۴}$$

$$\sim r \vee \sim p \quad \textcircled{۳}$$

تست ۵۴: ارزش کدام گزاره نادرست است؟

۱ اگر قطرهای لوزی با هم برابر باشند، آنگاه مربع است.

۲ ۹۹ عددی مربع کامل است، آنگاه ۹ عددی اول است.

۳ اگر $x < y$ باشد، آنگاه $x^2 < y^2$.

۴ اگر $\bar{x} = \frac{\bar{x}}{۲}$ خط فقر باشد، آنگاه $\frac{\text{میان}}{۲} = \text{خط فقر}$ است.

تست ۵۵: عکس گزاره شرطی «اگر $x = ۲$ باشد، آنگاه $y > ۵$ است.» کدام است؟

۲ اگر $y > ۵$ باشد، آنگاه $x \neq ۲$.

۱ اگر $y \leq ۵$ باشد، آنگاه $x \neq ۲$.

۴ اگر $y > ۵$ باشد آنگاه $x = ۲$.

۳ اگر $x \neq ۲$ باشد آنگاه $y \leq ۵$.

تست ۵۶ نقیض گزاره $p \Rightarrow \sim q$ کدام است؟

۴ $\sim p \vee q$

۳ $\sim p \wedge q$

۲ $p \vee q$

۱ $p \wedge q$

تست ۵۷ نقیض گزاره زیر کدام است؟

«اگر a عددی صحیح باشد، آنگاه a عددی منفی است.»

۲ a عددی صحیح و مثبت یا صفر است.

۱ a عددی صحیح و مثبت است.

۴ a عددی صحیح یا مثبت و صفر است.

۳ a عددی صحیح نیست یا مثبت است.

تست ۵۸ با قرار دادن کدام گزاره در جای خالی ارزش گزاره دو شرطی نادرست خواهد بود؟

«واریانس داده‌های برابر، صفر است اگر و تنها اگر»

۱ ۲۵ درصد داده‌ها پس از چارک سوم قرار داشته باشد.

۲ ۹۶ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - 2\delta, \bar{x} + 2\delta)$ قرار داشته باشد.

۳ میانگین داده‌ها همواره بین کوچکترین و بزرگترین داده قرار داشته باشد.

۴ مد، بزرگترین داده باشد.



تست ۵۹ گزاره p «مجموع دو عدد زوج و فرد همواره فرد است.» و گزاره q «مجموع دو عدد اول، همواره

اول است.» می‌باشد. ارزش کدام گزاره نادرست است؟

۴ $p \Rightarrow q$

۳ $p \Leftrightarrow \sim q$

۲ $p \wedge \sim q$

۱ $p \vee q$

تست ۶۰ با قرار دادن کدام گزاره در جای خالی ارزش گزاره شرطی زیر درست است؟

«..... آنگاه $\sqrt{25}$ مربع کامل است.»

۲ ضرب دو عدد فرد، عددی فرد است.

۱ ضرب دو عدد زوج، عددی زوج است.

۴ جمع دو عدد فرد، عددی فرد است.

۳ جمع دو عدد زوج، عددی زوج است.

تست ۶۱ عکس نقیض گزاره شرطی «اگر $5 \in N$ ، آنگاه $x^2 < 5$ » کدام است؟

۲ اگر $x^2 < 5$ آنگاه $5 \in N$

۱ اگر $5 \notin N$ آنگاه $x^2 \geq 5$.

۴ اگر $x^2 > 5$ آنگاه $5 \notin N$

۳ اگر $x^2 \geq 5$ آنگاه $5 \notin N$

تست ۶۲ عکس نقیض گزاره «اگر طهاها به خوبی ورزش کند و سلامت باشد، آنگاه خواهرش آوا نیز راه ورزش را پیش می‌گیرد.» کدام است؟

- ۱ آوا ورزش می‌کند، آنگاه طهاها به خوبی ورزش کرده و سلامت است.
- ۲ آوا ورزش می‌کند، آنگاه طهاها خوب ورزش کرده یا سلامت است.
- ۳ اگر آوا ورزش نکند، آنگاه طهاها خوب ورزش نکرده و سلامت نیست.
- ۴ اگر آوا ورزش نکند، آنگاه طهاها خوب ورزش نمی‌کند یا سلامت نیست.

تست ۶۳ عکس نقیض گزاره «اگر p ، آنگاه ۵۱ عددی اول است.» دارای ارزش درست است، p کدام گزاره می‌تواند باشد؟

- ۱ ۴ عددی زوج است.
- ۲ اگر ۳ عددی اول باشد، آنگاه ۵ عددی فرد است.
- ۳ ۲ مربع کامل نیست.
- ۴ اگر ۴ عددی زوج باشد، آنگاه ۲۲ عددی اول است.

تست ۶۴ در جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q)$ چه تعداد «درست» وجود دارد؟

- ۱ ۴
- ۲ ۳
- ۳ ۲
- ۴ ۱



تست ۶۵ جدول ارزشی گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (\sim r \vee s)$ چند سطر دارد؟

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

(فارج ۹۸)

تست ۶۶ کدام یک از هم ارزی‌های زیر، نادرست است؟

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p \quad (۲)$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad (۱)$$

$$(\sim p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q) \quad (۴)$$

$$(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p) \quad (۳)$$

(فارج ۹۹)

تست ۶۷ هم ارز گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ ، کدام است؟

$$\sim q \quad (۴)$$

$$q \quad (۳)$$

$$p \quad (۲)$$

$$\sim p \quad (۱)$$

تست ۶۸ جدول ارزشی کدام گزاره با جدول ارزشی گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \wedge (p \Rightarrow q))$ یکسان نیست؟ (فارج ۱۳۰۰)

$$(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r) \quad (۴)$$

$$\sim (p \Rightarrow q) \vee r \quad (۳)$$

$$(p \wedge \sim q) \vee r \quad (۲)$$

$$p \vee q \vee r \quad (۱)$$

جدول ارزشی کدام یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ **تست ۶۹**

(دافل ۱۴۰۰)

یکسان نیست؟

۱ $p \Rightarrow (q \vee r)$ ۲ $(p \wedge q) \vee r$ ۳ $\sim p \vee q \vee r$ ۴ $(p \Rightarrow q) \vee r$

(دافل ۱۴۰۱)

گزاره $((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$ در کدام حالت نادرست است؟ **تست ۷۰**

۱ p و q درست ۲ $\sim p$ و $\sim q$ نادرست ۳ p و $\sim q$ درست ۴ p و $\sim q$ نادرست

(دافل ۹۹)

گزاره $((p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim p$ در کدام حالت، نادرست است؟ **تست ۷۱**

۱ p و $\sim q$ درست ۲ p و q درست ۳ $\sim p$ و $\sim q$ درست ۴ $\sim p$ و q درست

(فارج ۱۴۰۰)

ارزش گزاره $(\sim(p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim q$ کدام است؟ **تست ۷۲**

۱ همواره درست است. ۲ همواره نادرست است.
 ۳ به ارزش q بستگی دارد. ۴ به ارزش p بستگی دارد.



(۱۴۰۲-ری ماه)

تست ۷۳ کدام مورد در خصوص ارزش گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$ درست است؟

- ۱ هم ارز $p \Rightarrow q$ است. ۲ همواره نادرست است.
- ۳ همواره درست است. ۴ هم ارز $p \Rightarrow \sim q$ است.

(فارج ۱۴۰۱)

تست ۷۴ اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟

- ۱ $(p \Leftrightarrow \sim q) \vee r$ ۲ $\sim(p \wedge \sim q) \wedge r$
- ۳ $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$ ۴ $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$

(رافل ۹۸)

تست ۷۵ اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش گزاره

$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$ برابر ارزش کدام است؟

- ۱ r ۲ همیشه درست ۳ $\sim r$ ۴ همیشه نادرست

تست ۷۶ اگر $\sim p \vee q$ و $p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$ نادرست باشند، ارزش گزاره $[(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim r] \Leftrightarrow (q \wedge r)$

کدام است؟

- ۱ همواره درست ۲ همواره نادرست ۳ $\sim r$ ۴ r

تست ۷۷ اگر ارزش گزاره‌های $\sim p \Rightarrow q$ و $q \Leftrightarrow r$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(p \Leftrightarrow \sim r) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$ کدام است؟

- ۱ درست است ۲ نادرست است ۳ به r بستگی دارد ۴ به $\sim r$ بستگی دارد.

تست ۷۸ اگر $p \Rightarrow r$ نادرست و q دلخواه باشد، ارزش گزاره $(r \wedge \sim p) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$ کدام است؟

- ۱ به q بستگی دارد. ۲ به $\sim q$ بستگی دارد.
 ۳ همواره درست است. ۴ همواره نادرست است.

تست ۷۹ اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره

(تیر ۱۴۰۳ - قارچ)

نادرست است؟

- ۱ $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ ۲ $(r \Rightarrow q) \Rightarrow p$
 ۳ $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$ ۴ $(\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow \sim r$





(تیر ۱۳۰۲ - قاجار)

تست ۸۰ کدام گزاره، هم‌ارز منطقی گزاره $\sim [((p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)) \Rightarrow r]$ است؟

$$[(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)] \vee \sim r \quad \text{۲}$$

$$[(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)] \wedge r \quad \text{۱}$$

$$(p \wedge \sim q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge q \wedge \sim r) \quad \text{۴}$$

$$(p \vee \sim q \vee \sim r) \wedge (\sim p \vee q \vee \sim r) \quad \text{۳}$$

تست ۸۱ اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد ارزش کدام یک

(اردیبهشت ۱۳۰۳)

از گزاره‌های زیر هم‌ارز منطقی r است؟

$$(p \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r \quad \text{۲}$$

$$(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r \quad \text{۱}$$

$$(p \Rightarrow q) \wedge r \quad \text{۴}$$

$$(q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r \quad \text{۳}$$

تست ۸۲ اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ هر دو درست باشند، آنگاه کدام گزاره زیر همواره درست

(رافل ۱۳۰۰)

است؟

$$q \vee p \Rightarrow p \wedge q \quad \text{۴}$$

$$p \wedge \sim q \quad \text{۳}$$

$$q \vee p \Rightarrow p \quad \text{۲}$$

$$q \vee p \Rightarrow q \quad \text{۱}$$

(تیر ۱۴۰۲)

تست ۸۳ کدام گزاره، هم‌ارز منطقی گزاره $\sim [((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow p]$ است؟

۱ $p \wedge ((q \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r))$ ۲ $\sim p \vee ((q \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r))$

۳ $(\sim p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$ ۴ $(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$

(تیر ۱۴۰۳)

تست ۸۴ اگر p و $\sim q$ گزاره‌های درست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

۱ $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$ ۲ $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$

۳ $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$ ۴ $(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$

استدلال ریاضی (قیاس استثنایی، مغالطه)

تبدیل گزاره‌های فارسی به نمادهای ریاضی و برعکس:

در علم ریاضیات، اصطلاح «مسائل توصیفی» به تمرین‌هایی گفته می‌شود که صورت آنها به شکل متن و بدون فرمول ریاضی باشد. اینگونه مسائل اغلب به صورت حکایت‌ها یا قصه‌هایی هستند که در متن آنها تعدادی دستور ریاضی وارد شده است.

در اینجا می‌خواهیم نحوه تبدیل مسائل توصیفی (گزاره‌های فارسی) به نمادهای ریاضی و برعکس آن را یاد بگیریم.



مثال: فرض کنید می‌خواهیم گزاره فارسی «جذر هر عدد طبیعی از خود آن عدد کوچکتر است.» را با استفاده از نمادهای ریاضی به زبان ریاضی بازنویسی کنیم. اگر یک متغیر مانند x را نماینده‌ای از اعداد طبیعی (\mathbb{N}) در نظر بگیریم، جذر آن \sqrt{x} خواهد شد. پس چنین می‌نویسیم:

$$x \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{x} < x$$

توجه: اگر در مثال بالا عدد محدود به مجموعه خاصی نشده باشد، خودمان عدد موردنظر را (مثلاً: x) متعلق به \mathbb{R} (اعداد حقیقی) فرض می‌کنیم و اینگونه می‌نویسیم:

$$x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{x} < x$$

البته دقت داشته باشید گزاره اخیر همواره برقرار نیست. اگر $0 < x < 1$ باشد، رابطه برقرار نخواهد بود:

$$x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} < \frac{1}{4}$$

اکنون می‌خواهیم برعکس این فرایند را انجام دهیم، یعنی این بار یک عبارت نوشته شده به زبان ریاضی را به زبان فارسی بازنویسی کنیم. به مثال زیر دقت کنید:

مثال: گزاره $x > y \Rightarrow x^2 > y^2$ را به صورت فارسی چنین بیان می‌کنیم:

«اگر عددی (x) از عدد دیگر (y) بزرگتر باشد، مربع آن عدد (x^2) نیز از مربع عدد دوم (y^2) بزرگتر خواهد شد.»

نکته جدول زیر می‌تواند به شما در نوشتن بهتر گزاره‌ها به زبان ریاضی کمک کند.

| عبارت فارسی | عدد با متغیر | مکعب عدد | مجذور یا مربع عدد | جذر عدد | معکوس عدد | قرینه عدد | نصف عدد | ثلث عدد | ربع عدد | خمس عدد |
|----------------------|--------------|----------|-------------------|------------|---------------|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| نماد متناسب در ریاضی | x | x^3 | x^2 | \sqrt{x} | $\frac{1}{x}$ | $-x$ | $\frac{x}{2}$ | $\frac{x}{3}$ | $\frac{x}{4}$ | $\frac{x}{5}$ |

تست گرمی ۱۶: معادل عبارت «اگر از دو برابر عددی سه واحد کم کنیم، از نصف خودش بزرگتر می‌شود.» به

زبان ریاضی کدام است؟

$2(x-3) < \frac{x}{2}$ (۴)

$2x-3 < \frac{x}{2}$ (۳)

$2x-3 > \frac{x}{2}$ (۲)

$2(x-3) > \frac{x}{2}$ (۱)

تست گرمی ۱۷: معادل گزاره فارسی زیر به زبان ریاضی کدام است؟

«مربع میانگین دو عدد برابر عدد سه می‌شود.»

$\frac{x^2+y^2}{2} = 3$ (۲)

$\frac{(x+y)^3}{2} = 3$ (۱)

$\frac{x^2+y^2}{3} = 2$ (۴)

$\frac{(x+y)^2}{2} = 3$ (۳)

استدلال (قیاس) استثنایی

یکی از انواع قیاس‌ها که اتفاقاً کاربرد فراوانی هم در ریاضیات دارد، قیاس استثنایی یا همان استدلال استثنایی است.

دقت داشته باشید تمام استدلال‌ها از جمله همین استدلال (قیاس) استثنایی شامل مقدمه (یا مقدمه‌ها) و نتیجه هستند. در بعضی از استدلال‌ها از مقدمه به عنوان فرض یا فرض مسئله نیز یاد می‌شود. برای

درک بهتر استدلال (قیاس) استثنایی به مثال زیر و بازنویسی آن به کلام ریاضی دقت کنید:



مثال: اگر پای دونده‌ای بشکند آنگاه دونده توانایی دویدن ندارد. (مقدمه ۱)

پای دونده‌ای شکسته است. (مقدمه ۲)

دونده توانایی دویدن ندارد. (نتیجه)

استدلال بالا را می‌توان به طور کلی به شکل زیر بیان کرد:


(اگر p آنگاه q و p نتیجه می‌دهد q را) $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$

و در نهایت به صورت زیر نوشت:


$p \Leftrightarrow q$

p

$\therefore q$

توجه: در اینجا سه نقطه (\therefore) نماد نتیجه است. 

در استدلال (قیاس) استثنایی مقدم ۱ همواره به فرم شرطی بیان می‌شود که اگر آن را به صورت $p \Rightarrow q$ در نظر بگیریم، آنگاه در مقدمه ۲ گزاره p و در نتیجه گزاره q قرار می‌گیرد که اگر این ترتیب در یک سوال رعایت شود، می‌گوییم استدلال استثنایی به درستی به کار رفته است.

توجه: اگر حتی استدلال استثنایی به درستی در یک سوال استفاده شده باشد، امکان دارد نتیجه استدلال رخ ندهد. 

به مثال زیر دقت کنید:

مقدمه ۱: اگر این پنالتی گل شود، آنگاه من از خوشحالی می‌میرم.

مقدمه ۲: پنالتی گل شد.

\therefore من از خوشحالی می‌میرم!

نحوه استفاده از استدلال کاملاً درست و به جا است اما نتیجه امکان دارد رخ ندهد.

تست گرمی ۱۸: با توجه به عبارت زیر در جای خالی چه گزاره‌ای باید قرار بگیرد؟

n فرد است. $\Rightarrow n^2$ فرد است.

.....

$\therefore n$ فرد است.

۱) n فرد است ۲) n^2 فرد است ۳) $n^2 + n$ فرد است ۴) $n^2 - n$ فرد است.

.....

استدلال مغالطه

تعریف: گاهی از قیاس استثنایی به شکل نادرست استفاده می‌شود و در نهایت منجر به نتیجه‌گیری اشتباه می‌شود. به اینگونه استدلال‌ها «مغالطه» می‌گویند.

به مثال زیر دقت کنید:

مقدمه ۱: اگر باران ببارد، آنگاه زمین خیس می‌شود.

مقدمه ۲: زمین خیس شده است.

\therefore باران باریده است.

در استدلال بالا در واقع مقدمه دوم باید p باشد نه q ، پس استدلال فوق نادرست است و به این نوع استدلال، استدلال مغالطه می‌گوییم.

$p \Rightarrow q$

q _____

$\therefore p$

استدلال مغالطه را می‌توان به صورت روبرو نیز نوشت.

$((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$



توجه: در استدلال‌های بیان شده ارزش خود گزاره‌های مطرح شده اهمیت ندارد، یعنی امکان دارد در استدلال مغالطه به نتیجه درست برسیم اما چون از روش مغالطه استفاده شده است، نوع استدلال اشتباه است.

مثال: جدول ارزشی را برای استدلال‌های استثنایی و مغالطه رسم کنید:

| p | q | $p \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge p$ | استدلال استثنایی $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|------------------------------|---|
| T | T | T | T | T |
| T | F | F | F | T |
| F | T | T | F | T |
| F | F | T | F | T |

همانطور که مشاهده می‌کنید حتی در حالتی که هر دو گزاره p و q نادرست (F) هستند باز هم نتیجه‌گیری براساس استدلال استثنایی از نظر منطقی درست (T) است. پس نتیجه‌گیری براساس استدلال استثنایی همواره درست است و ربطی به درست (T) یا نادرست (F) بودن مقدمه ۱ یا مقدمه ۲ یا نتیجه ندارد.

| p | q | $p \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge q$ | استدلال مغالطه $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow p$ |
|---|---|-------------------|------------------------------|---|
| T | T | T | T | T |
| T | F | F | F | T |
| F | T | T | T | F |
| F | F | T | F | T |

همانطور که از جدول ارزشی بالا پیداست، نتیجه‌گیری به کمک استدلال مغالطه همواره درست (T) نیست (در حالتی که p نادرست (F)، و q درست (T) باشد، مغالطه نادرست (F) می‌شود.) و این باعث می‌شود استفاده از استدلال مغالطه قابل اعتماد نباشد.

تست گرمی ۱۹: کدام گزینه درباره استدلال زیر نادرست است؟

مقدمه ۱: اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آنگاه یکی از زوایای آن 90° است.

مقدمه ۲: یکی از زاویه‌های چهارضلعی ABCD، 90° می‌باشد.

∴ چهارضلعی ABCD مربع است.

۱ این استدلال قیاس استثنایی است. ۲ نتیجه به دست آمده ممکن است نادرست باشد.

۳ این استدلال مغالطه است. ۴ از قیاس استثنایی به شکل نادرست استفاده شده است.

استفاده از عکس نقیض گزاره‌های شرطی در اثبات‌ها

به گزاره شرطی زیر دقت کنید:

«اگر n^2 زوج باشد n نیز زوج است. ($n \in \mathbb{Z}$)».

به نظر شما این گزاره درست (T) است یا نادرست (F)؟

اثبات درستی این گزاره در این حالت کار آسانی نیست اما همانطور که در بخش گزاره‌ها خواندیم هر گزاره

شرطی به فرم $p \Rightarrow q$ با عکس نقیض خود یعنی $\sim q \Rightarrow \sim p$ هم ارز است. پس با اثبات عکس نقیض گزاره

$p \Rightarrow q$ نیز می‌توان درستی آن را اثبات کرد:

اگر گزاره « n^2 زوج است.» را p و گزاره « n زوج است.» را q در نظر بگیریم، برای به دست آوردن عکس

نقیض باید جای مقدم و تالی عوض شده، سپس هر دو را نقیض کنیم. پس داریم:

n زوج است. \Rightarrow n^2 زوج است.
 q p

n^2 زوج نیست. (فرد است.) \Rightarrow n زوج نیست. (فرد است.)
 $\sim p$ $\sim q$





اکنون اثبات گزاره به دست آمده ساده تر است و داریم:

یادآوری: اگر k عددی صحیح $\{..., -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ باشد $2k$ نماد عدد زوج و $2k+1$ یا $2k-1$ نماد عدد فرد خواهد بود.

n زوج نیست. پس n فرد است و می توان نوشت:

$$n = 2k + 1 \xrightarrow{\text{طرفین به دو برسد}} n^2 = (2k + 1)^2 = \underbrace{2k^2 + 4k}_{\text{از عدد ۲ فاکتور می گیریم}} + 1 = 2(\underbrace{2k^2 + 2k}_{\text{اتحاد مربع دو جمله ای}}) + 1$$

عدد صحیح است. اتحاد مربع دو جمله ای نماد عدد فرد

چون $2k^2 + 2k$ عددی صحیح است، پس می توان نتیجه گرفت n^2 به صورت $(1 + \text{عدد صحیح}) \cdot 2$ است و عددی فرد است.

تساوی بدست آمده نشان می دهد عکس نقیض گزاره شرطی داده شده صحیح است، پس خود گزاره اصلی $(p \Rightarrow q)$ نیز صحیح خواهد بود.

توجه: در ریاضیات اگر اثبات یک گزاره شرطی $(p \Rightarrow q)$ دشوار باشد، می توان به جای آن هم ارز آن یعنی عکس نقیض گزاره داده شده $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ را اثبات کرد.

اصول یافتن خطا در محاسبات

گاهی در یک استدلال یا اثبات یا حتی بعضاً محاسبه ریاضی دچار خطا می شویم، کشف محل اشتباه همواره ساده نیست. برای یافتن اینگونه خطاها می توانید از نکات زیر کمک بگیرید:

۱) در حل یک معادله تنها زمانی می توانیم دو طرف را در یک مجهول ضرب یا تقسیم کنیم که بدانیم آن مجهول مخالف صفر است. به طور مثال برای حل معادله $x(x-2) = 6x$ نمی توانیم x ها را از دو طرف معادله خط بزنیم (در واقع نمی توان دو طرف معادله را بر x تقسیم کرد.) و برای حل این معادله باید به صورت زیر عمل کنیم:

$$x(x-2) = 6x \Rightarrow x(x-2) - 6x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 6x = 0 \Rightarrow x^2 - 8x = 0 \xrightarrow{\substack{\text{از } x \text{ فاکتور} \\ \text{می گیریم}}}$$

$$x(x-8)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ \text{or} \\ x-8=0 \Rightarrow x=8 \end{cases}$$

پس معادله دو جواب دارد که اگر ابتدا x ها را حذف می‌کردیم، فقط به جواب $x=8$ می‌رسیدیم.

(۲) دو طرف یک نامساوی را نمی‌توانیم در عددی که علامت آن را نمی‌دانیم ضرب یا تقسیم کنیم، زیرا در یک

نامساوی با ضرب یا تقسیم شدن یک عدد منفی در نامعادله جهت نامساوی عوض می‌شود.

برای مثال اگر از نامساوی $a > b$ نتیجه بگیریم که $ma > mb$ یا $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$ خطای محاسباتی انجام داده‌ایم چون

علامت m مشخص نشده است ولی اگر در متن سوال گفته می‌شد $m > 0$ است، نامساوی‌های $ma > mb$ یا

$\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$ درست بودند و بالعکس آن یعنی اگر گفته می‌شد $m < 0$ است، جهت‌های نامساوی‌های بالا باید تغییر

کنند و به $ma < mb$ ، $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$ تبدیل شوند.

(۳) در عبارتهای کسری که صورت یا مخرج آن و یا هر دو اعداد و متغیرها جمع و تفریق شده باشند، نمی‌توانیم

قسمتی از آنها را با هم ساده کنیم. به عنوان نمونه در عبارت کسری مانند $\frac{a+b}{a}$ نمی‌توان a را از صورت و

$$\frac{a+b}{a} \neq b \text{ مخرج با هم ساده کرد.}$$

(۴) اگر ابعاد یک شکل هندسی (منظورمان طول و عرض و شعاع در دایره و استوانه است) k برابر شود، نمی‌توان

نتیجه گرفت مساحت نیز k برابر شده است و باید با محاسبات این موضوع را بررسی کرد.

برای مثال اگر ابعاد یک مستطیل (طول و عرض) 6 برابر شوند، نمی‌توان گفت مساحت آن 6 برابر شده است بلکه

خواهیم داشت:

$$S_1 = x_1 \cdot y_1$$

↑ عرض
↓ طول



عرض ۶ برابر



$$S_2 = (6x_1)(6y_1) = (6x_1) \cdot (6y_1) = 36x_1y_1 = 36S_1$$



طول ۶ برابر شده

پس مساحت مستطیل، سی و شش برابر می شود.

نکته با k برابر شدن ابعاد یک شکل هندسی، محیط آن k برابر می شود.

اگر ابعاد یک مستطیل (طول و عرض) ۶ برابر شود، برای محیط مستطیل داریم:

طول



$$p_1 = 2(x_1 + y_1) \text{ محیط اولیه}$$



$$p_2 = 2(6x_1 + 6y_1) \text{ محیط جدید} \xrightarrow{\text{از ۶ فاکتور}}$$

عرض ۶ برابر ← → طول ۶ برابر

پس محیط ۶ برابر شده است.

$$P_2 = 6 \times \underbrace{2(x_1 + y_1)}_{\text{محیط اولیه}} = 6p_1$$

تست ۸۵ با چیدن قطعات یک پازل در کنار هم، مربعی به مساحت a ساخته می‌شود. این پازل طوری طراحی شده است که با تغییر چینش بعضی قطعات می‌توان یک مثلث قائم‌الزاویه به مساحت b نیز درست کرد. دانش‌آموزی استدلال زیر را در مورد رابطه بین a و b نوشته است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟ (تیر ۱۴۰۲)

۱) $a = b$

۲) $a^2 = ab$

طرفین تساوی گام ۱ را در a ضرب کرده است.

۳) $a^2 - b^2 = ab - b^2$

 b^2 را از طرفین تساوی گام ۲ کم کرده است.

۴) $(a-b)(a+b) = (a-b)b$

طرفین تساوی گام ۳ را تجزیه کرده است.

۵) $\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)} = \frac{(a-b)b}{(a-b)}$

طرفین تساوی گام ۴ را بر $(a-b)$ تقسیم کرده است.

۶) $b+b = b$

به جای a طبق گام ۱، مقدار b را قرار داده است.

۷) $\frac{2b}{b} = \frac{b}{b}$

طرفین تساوی گام ۷ را بر b تقسیم کرده است.

۸) $2 = 1$

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

تست ۸۶ قرار است در زمینی به مساحت b مدرسه‌ای ساخته شود که مساحت حیاط آن برابر a باشد. دانش‌آموزی استدلال زیر را در مورد رابطه بین a و b نوشته است. ایراد این استدلال کدام است؟ (۱۴۰۲ قاج)

۱) $a < b$

۲) $a^2 < ab$

۳) $a^2 - b^2 < ab - b^2$

۴) $(a-b)(a+b) < (a-b)b$

۵) $\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)} < \frac{(a-b)b}{(a-b)}$

۶) $a+b-(b) < b-(b)$

۷) $a < 0$

۲ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

